

# 論文 鉄筋コンクリート梁のひび割れ間隔に及ぼすコンクリート強度の影響に関する解析的研究

西 拓馬\*1・大野 義照\*2・中川 隆夫\*3

**要旨:** コンクリート強度を要因に試験体長さの異なる2つのRC両引き試験を行い、短い試験体から付着応力-すべり関係を求めた。その関係を用いて長い試験体のRC部材のひび割れ間隔、平均鉄筋ひずみ、ひび割れ幅について付着解析を行い、コンクリート強度の影響を検討した。その結果、付着解析によりひび割れ間隔へのコンクリートの影響が小さいことを確認し、また、付着解析によりテンションスティフニングスへのコンクリート強度の影響を捉えた。

**キーワード:** コンクリート強度、ひび割れ間隔、ひび割れ幅、付着応力-すべり関係

## 1. はじめに

前報において高強度コンクリートの鉄筋コンクリート（以下RCと略記）梁とプレストレスト鉄筋コンクリート（以下PRCと略記）梁の曲げ載荷試験を行い、ひび割れ間隔はコンクリート強度の影響を受けず、日本建築学会プレストレスト鉄筋コンクリート設計施工指針<sup>1)</sup>（以下PRC指針と略記）の算定式で算定できること、高強度コンクリート梁の平均鉄筋ひずみはひび割れ間コンクリートの協働作用の増加により普通強度コンクリート梁より小さくなるが、PRC指針式でコンクリート強度の影響が評価できること、および高強度コンクリートを用いたRC及びPRC梁の曲げひび割れ幅の算定に、普通強度コンクリートのデータから導かれたPRC指針の曲げひび割れ幅算定式が適用できることを報告した。

本報告では、コンクリート強度を要因に試験体長さの異なる2つのRC両引き試験を行い、短い試験体から付着応力-すべり関係を求めた、その関係を用いて長い試験体のRC部材のひび割れ間隔、平均鉄筋ひずみ、ひび割れ幅について付着解析による解析結果と比較し、コンクリート強度の影響を検討した。

## 2. 実験概要

実験は、付着応力-すべり関係（以下 $\tau$ - $S$ 関係と略記）を調べる実験（実験1）、ひび割れ分散性を調べる実験（実験2）の2つの実験よりなっている。

### 2.1 材料の性質

実験1にはレディミクストコンクリートを用いた。セメントは普通ポルトランドセメントを、細骨材は砂と砕砂の混合砂を、粗骨材は最大粒径20mmの碎石を用いる。

表-1 コンクリート調査表

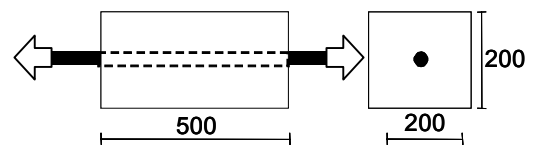
呼び強度 [N/mm <sup>2</sup> ]	W/C	s/a	単位量[kg/m <sup>3</sup> ]				混和剤
			W	C	S	G	
24	57	50.4	180	316	887	898	高性能AE減水剤
60	29	48.3	175	603	762	836	高性能AE減水剤
80	23	44.7	175	761	658	836	高性能AE減水剤

表-2 コンクリートの力学的性質

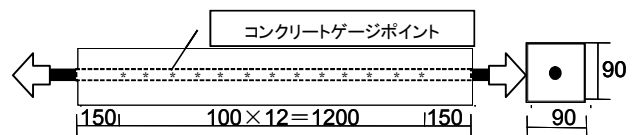
呼び強度	実強度(N/mm <sup>2</sup> )	ヤング係数(N/mm <sup>2</sup> )	割裂強度(N/mm <sup>2</sup> )
24	36.3	$2.57 \times 10^4$	2.5
60	74.1	$3.25 \times 10^4$	3.7
80	108.2	$4.28 \times 10^4$	3.9

表-1にコンクリートの調査表を示す。呼び強度24, 60, 80N/mm<sup>2</sup>のコンクリートの水セメント比はそれぞれ57, 28, 23%である。試験体と同じ養生条件下においた試験時の力学的性質などを表-2に示す。

鉄筋は、降伏点応力度346N/mm<sup>2</sup>、ヤング係数 $1.86 \times 10^5$ N/mm<sup>2</sup>（公称断面積から算出）のSD345のD16の横ふし異形鉄筋を用いた。



a) 実験1の両引き試験体



b) 実験2の両引き試験体

図-1 試験体形状

\*1 大阪大学大学院工学研究科 大学院 (正会員)

\*2 大阪大学大学院 教授 工博 (正会員)

\*3 大阪大学大学院 助手 (正会員)

## 2.2 試験体の形状

実験 1 の試験体形状は、図-1 に示すような断面 200×200mm、長さ 500mm の RC 角柱体である。試験体の種類は呼び強度 24, 60, 80 の 3 種類で、各 2 体作成した。鉄筋には、箔ゲージを 100mm 間隔に 7 箇所貼付した。本実験で得られた鉄筋ひずみ分布により  $\tau$ - $S$  関係を求めた。

実験 2 の試験体形状は断面 90×90mm、長さ 1500mm の角柱体である。試験体の種類は呼び強度 24, 60, 80 の 3 種類で各 3 体作成した。試験体表面にコンタクトゲージを 100mm 間隔で貼付し、ひび割れ幅を測定、ダイヤルゲージで試験体の伸びを測定した。载荷は実験 1 と 2 とともに 1000kN 万能試験機により鉄筋降伏まで単調载荷を行った。

## 3. 付着解析

### 3.1 鉄筋ひずみ分布

図-2 のように両引き材に引張力  $P$  が作用した場合、どの位置の  $\tau$ - $S$  関係も図-3 のような完全弾塑性と仮定すると、弾性域、塑性域での鉄筋引張力は、既往の研究<sup>2)</sup> より引張力  $P$ 、塑性長さ  $L_y$  の関数として以下の式で表される。

$$Pse(x) = \left[ \frac{\cosh \alpha x}{\sinh \alpha L_y} \alpha S_y + \frac{P}{Ec' Ac} \right] / \frac{1+n'p}{EsAs} \quad \dots \text{弾性域 (1)}$$

$$Psp(x) = P - U\tau_y(L-x) \quad \dots \text{塑性域 (2)}$$

ここで、 $Ec$  : コンクリートヤング係数

$Ec'$  : 等価コンクリートヤング係数

$Es$  : 鉄筋ヤング係数  $Ac$  : コンクリート断面積

$As$  : 鉄筋断面積  $S_y$  : 塑性すべり量

$k$  : 付着剛性  $U$  : 鉄筋周長

$\phi$  : クリープ係数  $\alpha$  : 微分係数

$$\alpha = \sqrt{\frac{1+n'p}{EsAs} Uk}, \quad n' = \frac{Es}{Ec'}, \quad p = \frac{As}{Ac}, \quad Ec' = \frac{Ec}{1+\phi}$$

境界条件  $x=L_y$  のとき

$$Pse(L_y) = Psp(L_y) \quad (3)$$

$$\left[ \alpha S_y \coth \alpha L_y + \frac{P}{Ec' Ac} \right] / \frac{1+n'p}{EsAs} = P - U\tau_y(L-L_y) \quad (4)$$

各荷重において塑性長さ  $L_y$  を求めることで、任意の荷重が作用した時の鉄筋応力分布が求まる。

### 3.2 ひび割れ間隔

コンクリートの受け持つ応力、すなわち端部から中央までの付着応力と周長との積の積分値がコンクリート

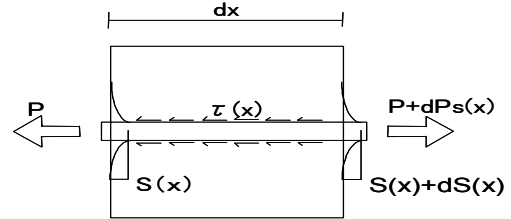
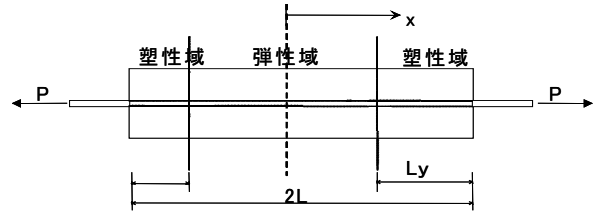


図-2 解析モデル

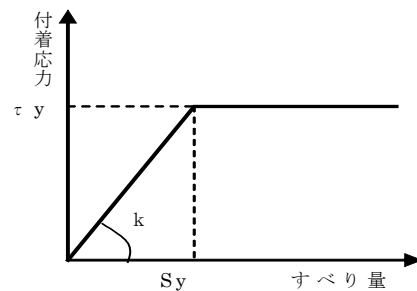


図-3  $\tau$ - $S$  関係

の引張耐力に達したとき、試験体中央部にひび割れが発生するものとする、

$$\int_0^L U\tau(x)dx = FtAc \quad (5)$$

$$\frac{dPs(x)}{dx} = U\tau(x) \quad (6)$$

より

$$Ps(L) - Ps(0) = FtAc \quad (7)$$

ここで、 $Ft$  : コンクリート引張強度 (= 割裂強度)

任意の荷重において、 $Ps(L) - Ps(0)$  が  $FtAc$  を越えると、ひび割れが発生し試験体長さは 1/2 になり、以後式 (7) に達する度に試験体長さは 1/2 となってゆく。

以上の過程を鉄筋が降伏するまで繰り返し計算を行い、そのときの試験体長さが最終のひび割れ間隔として求まる。また、式 (7) より、任意の荷重における最大の試験体長さすなわちひび割れ間隔を求めることができる。

$$P - \left[ \frac{1}{\sinh \alpha L_y} \alpha S_y + \frac{P}{Ec' Ac} \right] / \frac{1+n'p}{EsAs} = FtAc \quad (8)$$

より  $L_y$  が求まり、

$$L_y = \frac{1}{\alpha} \ln \left\{ \sinh \alpha L_y + \sqrt{\sinh^2 \alpha L_y + 1} \right\} \quad (9)$$

これを式 (3) に代入し、 $L$  を得る

$$L = L_y + \frac{P}{(1+n'p)U\tau_y} - \frac{1}{\alpha} \coth \alpha L_y \quad (10)$$

### 3.3 ひび割れ幅

既往の研究<sup>3)</sup>より、平均鉄筋ひび割れ幅  $W_{av}$  は次式で与えられ、

$$W_{av} = l_{av} (\varepsilon_{sav} - \varepsilon_{cav}) \quad (11)$$

ここで、 $\varepsilon_{cav}$ ：平均コンクリートひずみ

$\varepsilon_{sav}$ ：平均鉄筋ひずみ

$l_{av}$ ：平均ひび割れ間隔

とする。

コンクリートのひずみは十分小さいものとして、

$$W_{av} \doteq l_{av} \varepsilon_{sav} \quad (12)$$

平均ひび割れ間隔と平均鉄筋ひずみの積で求めた。

以上の誘導した式を用い、鉄筋ひずみ、ひび割れ間隔、平均ひび割れ幅においてコンクリートの強度の影響を付着解析により検討する。

## 4. 実験・解析結果および考察

### 4.1 鉄筋ひずみ分布 (実験 1)

実験 1 の呼び強度 24, 60, 80 の両引き試験体で、荷重 50, 100, 150, 200, 250kN における各鉄筋ひずみ分布を図-4 に示す。同図の解析値は後述の  $\tau$ -S 関係を用いて求めた値である。強度が大きくなるほど中央部の鉄筋ひずみが小さくなっている。これは、同じ荷重において高強度コンクリートほど、コンクリートの分担力が大きくなっていることを示している。また、付着解析により求めた鉄筋ひずみ分布は実測値とよくあっていることがわかる。

### 4.2 付着応力 - すべり関係 (実験 1)

図-4 により得られた鉄筋ひずみ分布から求めた、鉄筋に貼付した箔ゲージの各点での  $\tau$ -S 関係を図-5 に細実線で示す。得られた  $\tau$ -S 関係を最小二乗法により指数関数に近似し、さらに、求めた指数関数を完全弾塑性として bi-linear 関係に近似した。ひび割れ幅の許容値が 0.3mm とされているため、すべり量 0 から 0.15mm まで

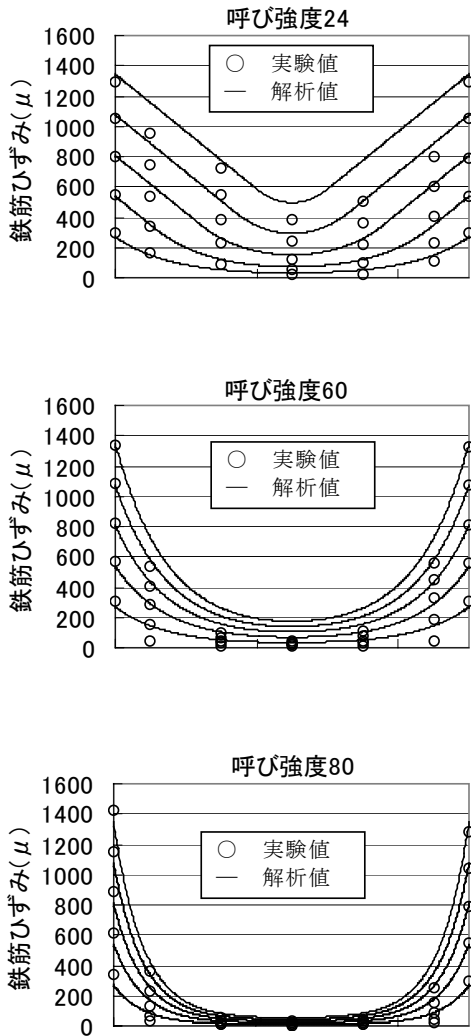


図-4 鉄筋ひずみ分布

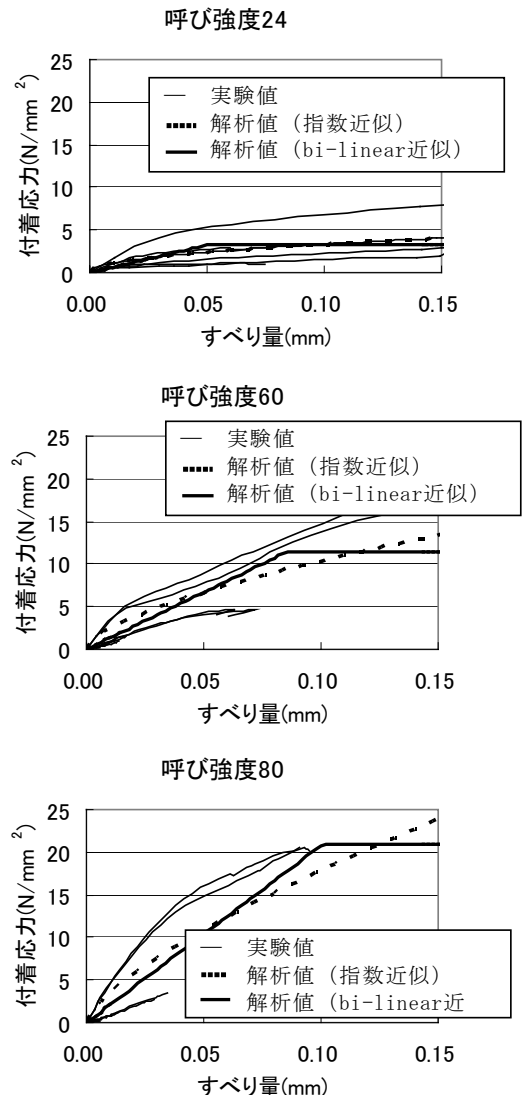


図-5  $\tau$ -S 関係

の積分値が等しくなるように近似している。

ここで、付着剛性を  $k$ 、最大付着応力を  $\tau_y$ 、塑性すべりを  $S_y$  とする。表-3 に付着特性として、各強度の試験体 2 体の平均値を示す。強度の増加により最大付着応力  $\tau_y$  と付着剛性  $k$  が増加している。

#### 4.3 平均ひび割れ間隔 (実験 2)

実験 2 の両引き試験体の平均ひび割れ間隔を表-4、試験終了後のひび割れ状況を図-6 に示す。ひび割れ本数は、ひび割れ長さの総和を試験体周長で除することで求めた。ひび割れ間隔は、試験体両端のひび割れ間の距離を  $n-1$  ( $n$ : ひび割れ本数) で除することで求めた。

式 (13) は PRC 指針<sup>1)</sup> の平均ひび割れ間隔  $l_{av}$  算定式である。計算値は 136.8mm で、呼び強度 24 の  $l_{av}$  の実験値は 152.5mm で、PRC 指針式による 136.8mm よりも大きく、呼び強度 60, 80 の  $l_{av}$  の実験値は 128.2, 124.6mm と PRC 指針式による 136.8mm より小さくなった。

$$l_{av} = 2\left(c + \frac{s}{10}\right) + \frac{0.1\phi}{p_e} \quad (13)$$

表-3 付着特性値 (実験 1)

呼び強度	$S_y(\text{mm})$	$\tau_y(\text{N}/\text{mm}^2)$	$k(\text{N}/\text{mm}^3)$
24	0.072	6.9	95.8
60	0.088	10.3	116.4
80	0.095	19.1	200.2

表-4 ひび割れ間隔 (実験 2)

試験体	ひび割れ本数	ひび割れ間隔(mm)	平均ひび割れ間隔(mm)
RC24-1	8	161.4	152.5
RC24-2	8	162.9	
RC24-3	10	133.3	
RC60-1	11	121.0	129.2
RC60-2	10	135.6	
RC60-3	10	131.1	
RC80-1	12	113.6	124.7
RC80-2	12	152.1	
RC80-3	8	108.3	

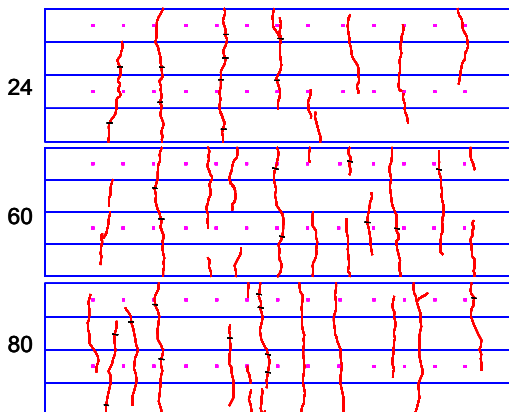


図-6 ひび割れ状況

ここに、

$c$ : かぶり厚さ  $s$ : 鉄筋間隔

$\phi$ : 鉄筋径  $b$ : 部材幅

$p_e$ : 有効引張鉄筋比( $=a_t/Ace$ )

$a_t$ : 引張鉄筋断面積

$Ace$ : コンクリートの有効引張断面積

次に、図-7 に荷重から求めた試験体端部の鉄筋応力とひび割れ間隔の実測値 (実測ひび割れ間隔および実測  $W_{av}/\epsilon_{sav}$ ) と解析値を示す。ひび割れ定常状態のひび割れ間隔の解析値は 187.5mm となり、実験値よりも大きな値となったが、実験結果と解析結果ともにひび割れ間隔が最大ひび割れ間隔から最小ひび割れ間隔までの範囲で

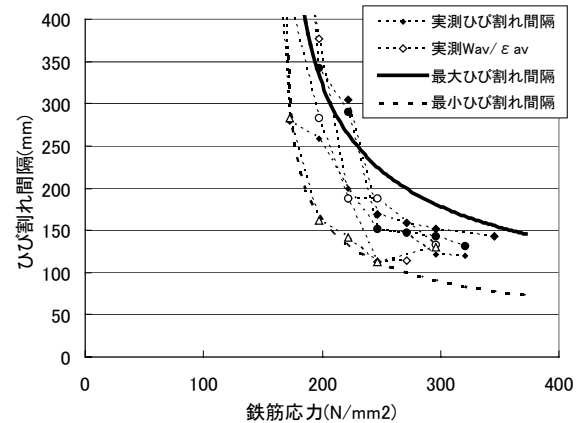
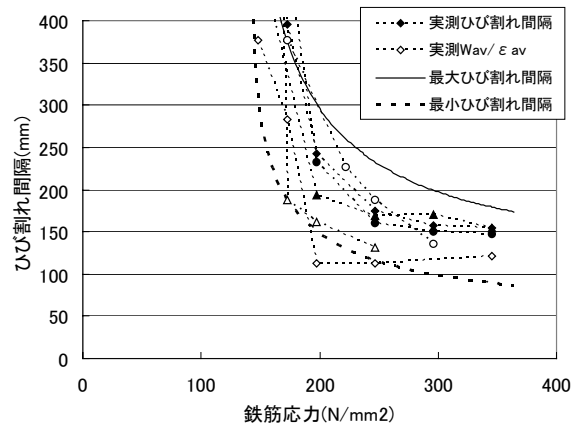
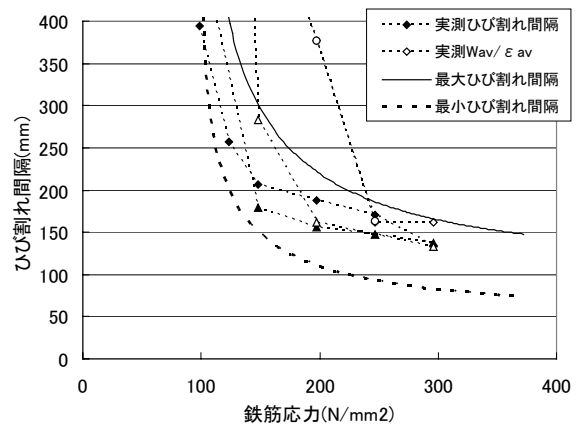


図-7 鉄筋応力 - ひび割れ間隔関係

収束していく傾向がわかる。

解析は、実線で表されている最大ひび割れ間隔に対応する鉄筋応力に達するまでひび割れは生じず、ひび割れが生じる場合、常に試験体中央で生じるとしている。ひび割れが  $n$  回発生した時、ひび割れ間隔は試験体長さの初期値の  $1/2^n$  の長さになる。任意の鉄筋応力での最大ひび割れ間隔の  $1/2$  が最小ひび割れ間隔となる。例として、**図-8** に 200mm から 2000mm の範囲まで 200mm 間隔で試験体長さの初期値を変化させた鉄筋応力とひび割れ間隔の解析値の一例を示す。実線は式 (10) より求めた最大ひび割れ幅式、破線は最大ひび割れ幅の  $1/2$ 、実線は 3.2 ひび割れ間隔で述べた繰り返し計算結果である。このように、繰り返し計算によると試験体長さの初期値により鉄筋降伏時の最終的なひび割れ間隔に差が生じてくる。

解析で用いた 1500mm の試験体では、ひび割れ間隔が 136.8mm 付近の解析値として 187.5, 83.75mm のどちらかしかとれない。強度 80 の場合、鉄筋が降伏する直前でひび割れ荷重に達し 83.75mm まで落ちているが、ひび割れ定常状態のひび割れ間隔はすべて 187.5mm とした。

**図-9** にコンクリート強度ごとの最大ひび割れ間隔と最小ひび割れ間隔の解析値を示す。鉄筋応力度が 200 から  $300\text{N/mm}^2$  あたりでは、強度による明確な影響は見られない。コンクリート強度の増加とともに引張耐力が増加することで、ひび割れ発生荷重が増加しひび割れ間隔は大きくなる。一方、コンクリート強度の増加とともに  $\tau_y$  と  $k$  が増加することで、コンクリートの分担力が増加しひび割れ間隔は小さくなる。この 2 つの作用により、

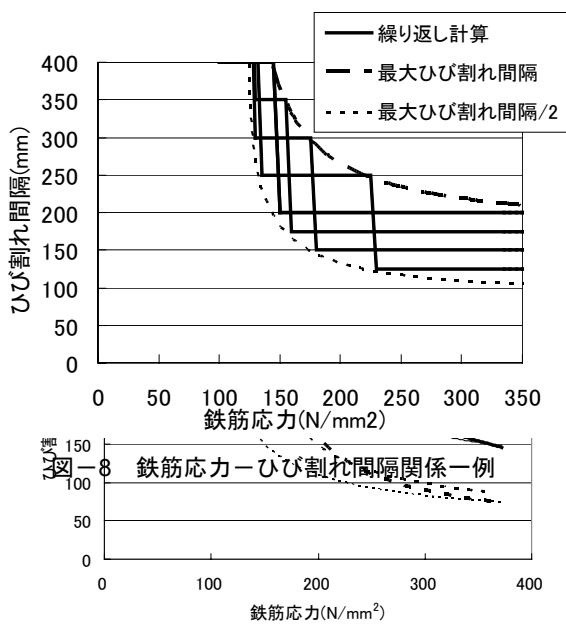


図-9 鉄筋応力-ひび割れ幅関係 強度比較

ひび割れ間隔に及ぼすコンクリート強度の影響は小さくなる。

### 3.4 荷重-平均鉄筋ひずみ関係 (実験 2)

**図-10** に試験体端部の鉄筋応力-平均鉄筋ひずみ関係を示す。実験値と解析値ともに、平均鉄筋ひずみが鉄筋のみのひずみに比べ小さくなる。これは、ひび割れ間コンクリートの寄与による、いわゆるテンションステイフニング効果によるもので、解析によってテンションステイフニングへのコンクリート強度の影響をよく捉えている。本実験ではひび割れが徐々に進展しひずみが増大しているが、解析ではひび割れが生じるとひずみが大きく増大している。また、高強度ほどひび割れ後も剛性があまり落ちていない。

### 3.5 荷重 - 平均ひび割れ幅関係 (実験 2)

**図-11** に試験体端部の鉄筋応力と平均ひび割れ幅の関係を示す。太実線は、平均ひび割れ間隔の解析値 (187.5mm) と平均鉄筋ひずみの解析値の積、実線は平

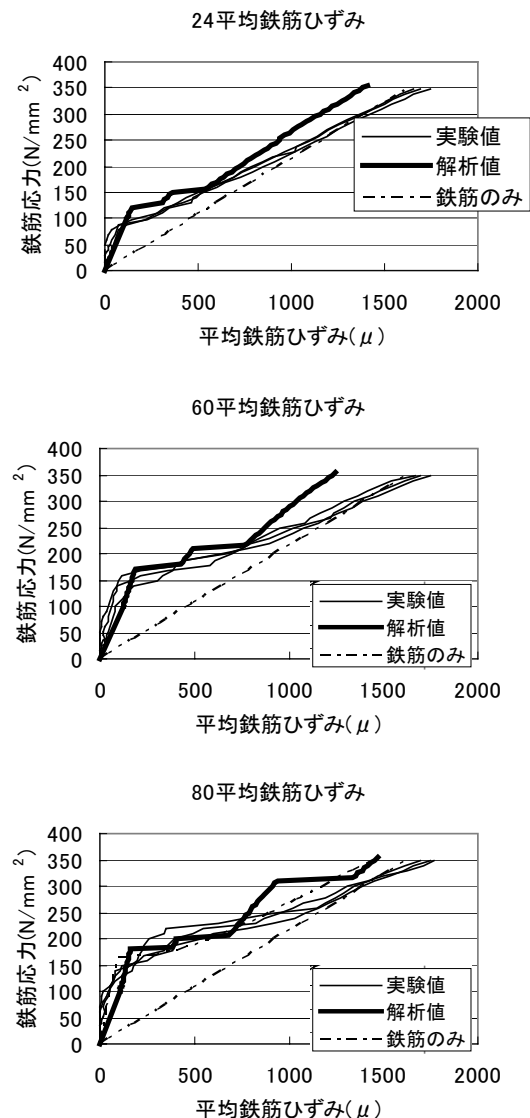


図-10 鉄筋応力 - ひび割れ間隔関係

均ひび割れ間隔実測値と平均鉄筋ひずみの実測値の積、記号■▲◆はコンタクトゲージによる実測の平均ひび割れ間隔を示している。

呼び強度 60, 80 の試験体では、実測のひび割れ幅と平均ひび割れ間隔×平均鉄筋ひずみがほぼ等しいことから各計測が適切に行われたことがわかる。呼び強度 24 の試験体はひび割れ間隔が大きいいため、実測平均鉄筋ひずみ×実測平均ひび割れ幅の積が実測の平均ひび割れ幅よりも大きな値になった。また、解析値は平均ひび割れ間隔で 187.5mm を用いているためひび割れ幅が若干大きな値となる傾向であるが、ひび割れ幅進展の傾向を捉えることができています。

## 6. まとめ

ひび割れ間隔とテンションスティフニングスに及ぼすコンクリート強度 (20~100N/mm<sup>2</sup>) の影響についてまとめると以下ようになる。

### 1) 付着応力-すべり関係 ( $\tau$ - $S$ 関係) を調べた両引き

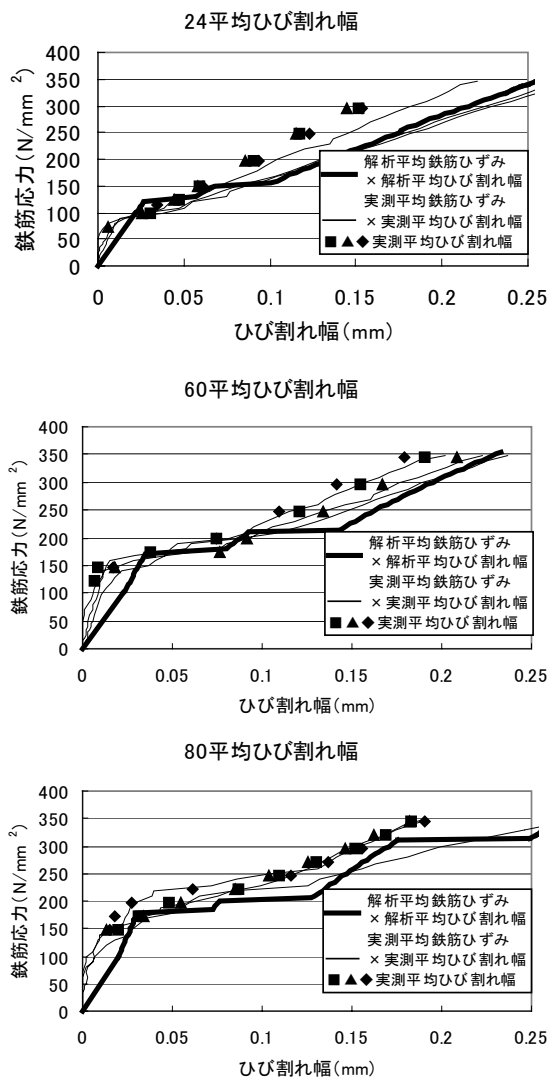


図-11 鉄筋応力 - ひび割れ間隔関係

試験において、コンクリート強度による付着応力度の増加を捉えた。その  $\tau$ - $S$  関係を bi-linear 近似することで、付着解析により試験体の鉄筋ひずみを求めることができた。

- 2) 付着解析により両引き試験体のひび割れ発生の過程を捉え、コンクリート強度のひび割れ間隔への影響を調べたが、その結果コンクリート強度の影響は小さかった。
- 3) 付着解析によってテンションスティフニングスへのコンクリート強度の影響を捉えることができた。
- 4) 付着解析による平均ひび割れ間隔と平均鉄筋ひずみの積により平均ひび割れ幅を捉えることができた。

謝辞：本実験の実施およびデータ整理の際、本学院生グエン・テ・クオン氏の協力を得たことを記して謝意を表します。

## 参考文献

- 1) 日本建築学会編：プレストレスト鉄筋コンクリート (III種 PC) 構造設計・施工指針・同解説, 1986
- 2) 大野：持続荷重下における異形鉄筋とコンクリート間の付着応力-すべり関係, 日本建築学会構造系論文集, Vol.459 (1989) pp. 111-120
- 3) 鈴木, 大野：プレストレスト鉄筋コンクリートはりの曲げひび割れ幅に関する研究 (その 1), 日本建築学会論文報告集, Vol.303 (1981) pp. 9-19
- 4) 日本建築学会編：鉄筋コンクリート計算規準・同解説 1999