論文　二軸拘束状態下での膨張コンクリートの仕事量に関する考察

林　陸太[*1]・石川　靖晃[*2]

要旨：本研究では，膨張コンクリートの仕事量一定則に関する理論的考察を熱力学の第一法則に基づき行った。次に，膨張コンクリートの一軸および二軸拘束試験を行った。特に，二軸拘束試験では膨張材混入量と仕事量の関連について検討を行った。その結果，膨張材混入量に依らず，仕事量一定則は拘束方向ごとに独立して成立することが示された。さらに，仕事量は膨張材混入量の増加とともに，対数的に増加することも示唆された。

キーワード：熱力学第一法則，仕事量一定則，仕事量，膨張コンクリート，膨張材混入量

1. はじめに

コンクリート構造物への膨張材の使用は，温度変化，乾燥収縮，自己収縮による初期ひび割れを制御するうえで有用な方法の一つである。

現在まで，膨張材料の挙動の推定法はいくつか提案されている。辻[1]は仕事量一定則に基づき一軸応力状態下の膨張コンクリートの変形挙動を評価している。また，内田ら[2]および三谷ら[3)-7)]は，一軸拘束応力状態下にて有効自由膨張ひずみを提案している。

二軸拘束状態下では，石川ら[8]，柴田ら[9]により，仕事量一定則に基づいた理論モデルの構築がなされている。しかしながら二軸拘束状態下での仕事量に関する実験的検証は未だに少ないため，十分な検討を行う必要がある。

本研究は，二軸応力状態での仕事量の実験的検証を目的とし，まず，熱力学の第一法則に基づき，仕事量に関する理論的考察を行った。そして，既往の一軸拘束試験に基づき仕事量について検討を行った。最後に二軸拘束実験を行い，二軸応力状態下での仕事量について検討した。特に二軸拘束試験では，膨張材混入量と仕事量の関連について焦点を当てた。

2. 熱力学の第一法則に基づいた仕事量一定則に関する理論的考察

図－1 に示すような断熱境界で区切られる構造系を考える。構造系には領域 A および領域 B が存在する。熱力学の第一法則によれば，エネルギー保存則は次式により表現される。

$$\Delta Q + \Delta H + \Delta M = 0 \tag{1}$$

ここで，ΔQ は構造系の内部エネルギー，ΔH は外部への熱移動量，ΔM は外部になされた力学的エネルギーである。ここで，$\Delta H = 0$ と仮定すると，すなわち構造系は等温状態であるとすると，式(1)のエネルギー保存則は次式となる。

$$-\Delta Q = \Delta M \tag{2}$$

次に領域 A が化学的に膨張する場合を考える。領域 A は膨張コンクリート，一方，領域 B は鋼材などの拘束体に対応する。この場合，ΔM は構造系を構成するすべての材料になされる仕事量となる。領域 A が領域 B になす仕事量 $d\xi_B$ は，領域 B からの影響を含め次式で示される。

$$d\xi_B = \oint R ds = \int_{V_B} \sigma : d\varepsilon dV_B + \sum_i P_i du_i \tag{3}$$

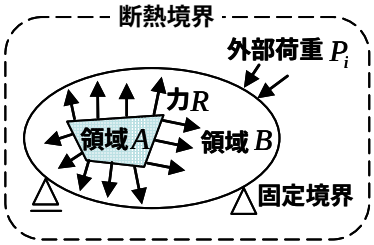
ここで，R と s はそれぞれ領域 A の反力と変位ベクトルであり，V_B は，領域 B の体積である。また，P_i と u_i は，それぞれ外力と対応する変位ベクトルである。σ と ε は，それぞれ応力テンソルとひずみテンソルである。

反対に，領域 B から領域 A になす仕事量は次式で与えることができる。

$$-d\xi_B = \oint -R ds = \int_{V_A} \sigma : d\varepsilon dV_A \tag{4}$$

ここで，V_A は領域 A の体積である。領域 A を弾性体と仮定し，クリープと収縮を考慮すれば，式(4)の右辺は次式のようになる。

$$\begin{aligned}
&\int_{V_A} \sigma : d\varepsilon dV_A \\
&= \int_{V_A} \sigma : \left(d\varepsilon^e + d\varepsilon^{cr} + d\varepsilon^{sh} + d\varepsilon^{che}\right) dV_A \\
&= \int_{V_A} \sigma : d\varepsilon^e dV_A + \int_{V_A} \sigma : d\varepsilon^{cr} dV_A \\
&\quad + \int_{V_A} \sigma : d\varepsilon^{sh} dV_A + \int_{V_A} \sigma : d\varepsilon^{che} dV_A \\
&= d\xi_A^e + d\xi_A^{cr} + d\xi_A^{sh} + d\xi_A^{che}
\end{aligned} \tag{5}$$



図－1　膨張する領域 A を含む構造系

*1 名城大学大学院　理工学研究科建設システム工学専攻　(正会員)
*2 名城大学　理工学部建設システム工学科准教授　工博　(正会員)

ここで，上付き添字e，cr，sh，cheはそれぞれ，弾性，クリープ，収縮，化学膨張を表す。式(4)，式(5)を式(3)に代入することにより，次式を得る。

$$-d\xi_A^{che} = d\xi_B + d\xi_A^{e} + d\xi_A^{cr} + d\xi_A^{sh} \qquad (6)$$

式(6)の右辺第一項は，膨張材料が外部もしくは拘束になす仕事量である。一方，右辺第二項から最後の項は，膨張材料自身になす仕事量である。式(2)より，$d\xi_A^{che}$は，構造系に蓄積される内部エネルギーに対応する。またそれは，膨張領域外部になす仕事量と膨張領域自身になす仕事量の和で表現される。したがって式(6)は，本研究の範囲では，膨張コンクリートがなす仕事量は，拘束鋼材および膨張コンクリート自身になす仕事量の和で表されることを示す。

3. 一軸応力状態下での仕事量に対する検討

本章では過去の研究[3)-7),10)-17)]に基づき，一軸拘束状態下での膨張コンクリートの拘束鋼材および膨張コンクリート自身になす仕事量について分析検討を行った。調査対象は87ケースであり，全ての拘束鋼材のひずみが測定されている。拘束鋼材のひずみ[11)]の一例を**図－2**に示す。仕事量算定の際，膨張コンクリートおよび拘束鋼材は共に弾性体であると仮定する。また今回の分析では，弾性ひずみによる仕事量にのみ着目した。単位体積あたりの膨張コンクリートが拘束鋼材になす仕事量U_sは次式で示される。

$$U_s = \frac{1}{2}\rho E_s \varepsilon_s^{\,2} \qquad (7)$$

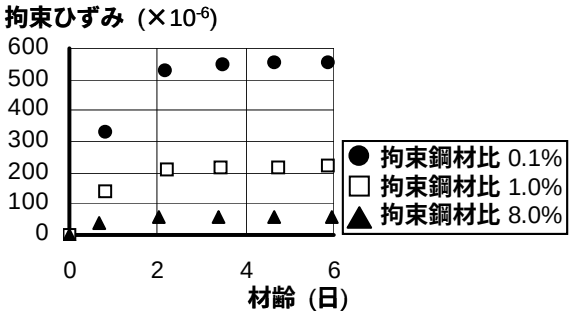
ここで，ρは拘束鋼材比，E_sおよびε_sは，それぞれ拘束鋼材のヤング係数および軸ひずみである。一方，膨張コンクリートの応力および弾性ひずみ履歴の測定は不可能であるため，膨張コンクリート自身になす仕事量は実験から直接算定できない。したがって，膨張コンクリート自身になす仕事量U_cは，力の釣り合いより次式にて間接的に評価した。

$$U_c = \sum \rho^2 \frac{E_s^{\,2}}{E_c} \varepsilon_s \Delta\varepsilon_s \qquad (8)$$

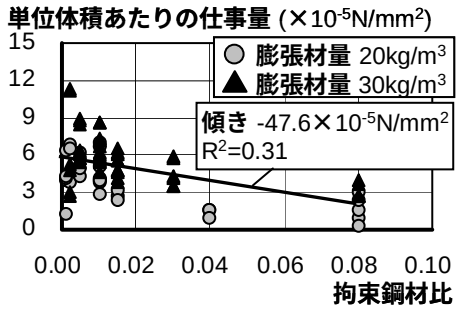
ここで，E_cは膨張コンクリートのヤング係数であり，$\sum$は，時間ステップについて総和をとることを意味する。

式(7)，式(8)により算定された仕事量を**図－3**，**図－4**に示す。**図－3**は拘束鋼材になす仕事量と拘束鋼材比の関係を，**図－4**は拘束鋼材および膨張コンクリート自身になす仕事量の和と拘束鋼材比の関係を示している。図中のプロットは材齢3日の値である。膨張コンクリートのヤング係数はそれぞれの実験より別々に求まる。また，個々のプロットの配合は異なるが，膨張材量のみにより分類している。養生も20℃～60℃の異なった温度条件で行われているが，区別せずプロットしている。これは同一条件での研究が少なく，各条件での分類が困難なためである。図には最小二乗法により近似した直線も描かれており，傾きの絶対値は拘束鋼材および膨張コンクリート自身になす仕事量の和のほうが小さくなっている。

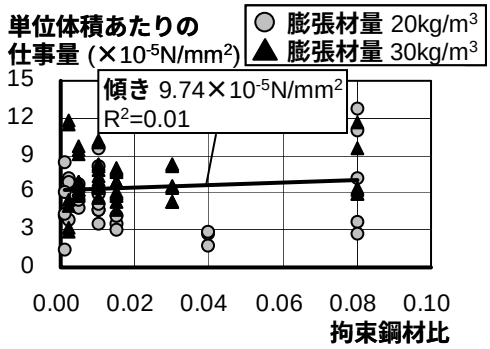
一軸応力状態下では，拘束鋼材になす仕事量は拘束鋼材比の増加とともに減少する傾向がみられる。一方，拘束鋼材および膨張コンクリート自身になす仕事量の和はその傾向がみられない。これは辻が提案した仕事量一定則の妥当性を示唆している。しかし，温度と配合の影響について，さらに調査する必要がある。



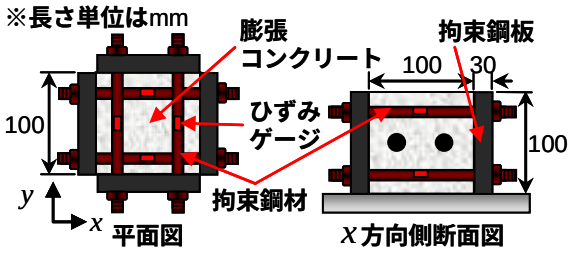
図－2　拘束鋼材のひずみの一例[11)]



図－3　拘束鋼材になす仕事量と拘束鋼材比の関係



図－4　拘束鋼材および膨張コンクリート自身になす仕事量の和と拘束鋼材比の関係



図－5　仕事量測定装置概要[8)]

4. 二軸応力状態下での仕事量に対する検討

4.1 実験概要 [8)]

図－5 に，二軸拘束条件下での仕事量の測定装置 [8)] を示す。本装置の特徴は，膨張コンクリートに埋め込まれた直交する拘束鋼材のひずみを測定することにより，2 方向の仕事量を間接的に評価できることである。2 本の拘束鋼材で拘束する方向を x 方向，4 本の拘束鋼材で拘束する方向を y 方向とする。拘束鋼材にはビニールテープが巻かれ，拘束鋼材と膨張コンクリートの付着を防止している。三谷ら [7)] により，拘束鋼材の軸ひずみ分布はほぼ一様になることが確認されているため，一枚のひずみゲージを拘束鋼材の中央に貼り付けている。拘束鋼板に拘束鋼材の両端をボルトで固定したのち，内部に膨張コンクリートを打設する。打設 2 時間後から 2 時間間隔で拘束鋼材のひずみ履歴の計測を行った。環境条件は室温 20±1℃，相対湿度 90%RH である。**表－1** に膨張材混入量の異なる 2 つの膨張コンクリートの配合を示す。一方は初期ひび割れの減少を目的とする NE20 であり，他方は一般的な鉄筋コンクリート構造にケミカルプレストレスの導入を目的とする NE40 である。いずれの配合も，普通ポルトランドセメントを使用している。拘束鋼材のヤング係数は 2.06×10^5 N/mm^2 である。実験ケースを**表－2** に示す。NE20 では拘束鋼材比の異なる 4 ケース [8)]，NE40 では，一軸応力状態を含めた 8 ケースを設定した。いずれのケースでも，同一の実験を 3 度行った。

4.2 膨張コンクリートのヤング係数の測定

膨張材混入量が大きい場合，膨張コンクリートのヤング係数は型枠の影響を受ける可能性が強いと思われる。そこでヤング係数の型枠の拘束の影響についても検討した。本研究では直径 100mm，高さ 200mm の円柱供試体により測定した。供試体は脱型後 20℃で気中養生した。**表－3** に実験ケースを示す。脱型材齢および測定材齢はそれぞれ 1 日，3 日，7 日である。NE20 と NE40 のヤング係数の経時変化を，それぞれ**図－6**，**図－7** に示す。これらの図より，測定材齢および脱型材齢の増加とともに，ヤング係数は増加していることがわかる。特に同材齢では，型枠の拘束によるヤング係数の増加は，NE20 よりも NE40 で顕著である。そのため，NE40 には，脱型直後のヤング係数の経時変化を表す曲線(脱型直後)，および材齢 1 日に脱型することにより得られるヤング係数の経時変化を表す曲線(1 日脱型)の 2 つが示されている。

4.3 仕事量の算定および比較検討

NE20 と NE40 のすべての拘束鋼材のひずみ履歴を，それぞれ**図－8** と，**図－9** に示す。拘束鋼材のひずみは計測開始後，大凡 3 日で最大値となり 1 週間程度で安定する。いずれのケースも拘束方向ごとにばらつきが小さいことから，本試験装置による拘束鋼材のひずみ履歴の測定は概ね妥当であるといえる。このひずみ履歴を用いて，拘束鋼材および膨張コンクリート自身になす仕事量を，x，y 方向毎に算定した。拘束鋼材は弾性体であると仮定すると，単位体積あたりの膨張コンクリートが，x，y 方向の拘束鋼材になす仕事量 U_{sx}，U_{sy} はそれぞれ次式で示される。

$$U_{sx} = \frac{1}{2}\rho_x E_s \varepsilon_{sx}^2 \tag{9}$$

表－1　膨張コンクリートの配合

配合名	最大寸法 (mm)	スランプ (cm)	空気量 (%)	W/(C+EX) (%)	s/a (%)	単位量(kg/m^3) W	C	EX	S	G	混和剤 SP*1	AE*2
NE20[8)]	20	15±1.5	4.5±1.5	55	47	175	298	20	830	951	3.82	0.0155
NE40							278	40				

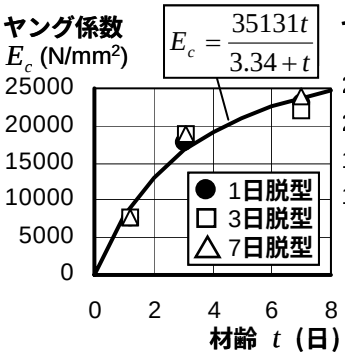
*1 高性能 AE 減水剤　*2 空気量調整剤

表－2　実験ケース(拘束実験)

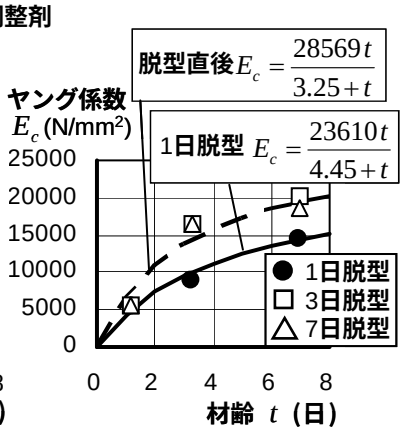
NE20[8)] 実験ケース	拘束鋼材比(%) x	y	NE40 実験ケース	拘束鋼材比(%) x	y
X8Y8	1.02	2.05	X8Y8	1.02	2.05
X8Y12	1.02	4.74	X8Y12	1.02	4.74
X12Y8	2.31	2.05	X12Y8	2.31	2.05
X12Y12	2.31	4.74	X12Y12	2.31	4.74
			X8Y0	1.02	0
			X0Y8	0	2.05
			X12Y0	2.31	0
			X0Y12	0	4.74

表－3　実験ケース (ヤング係数測定実験)

脱型材齢(日)	測定材齢(日) 1	3	7
1	○	○	○
3	-	○	○
7	-	-	○



図－6　膨張コンクリートのヤング係数経時変化(NE20)

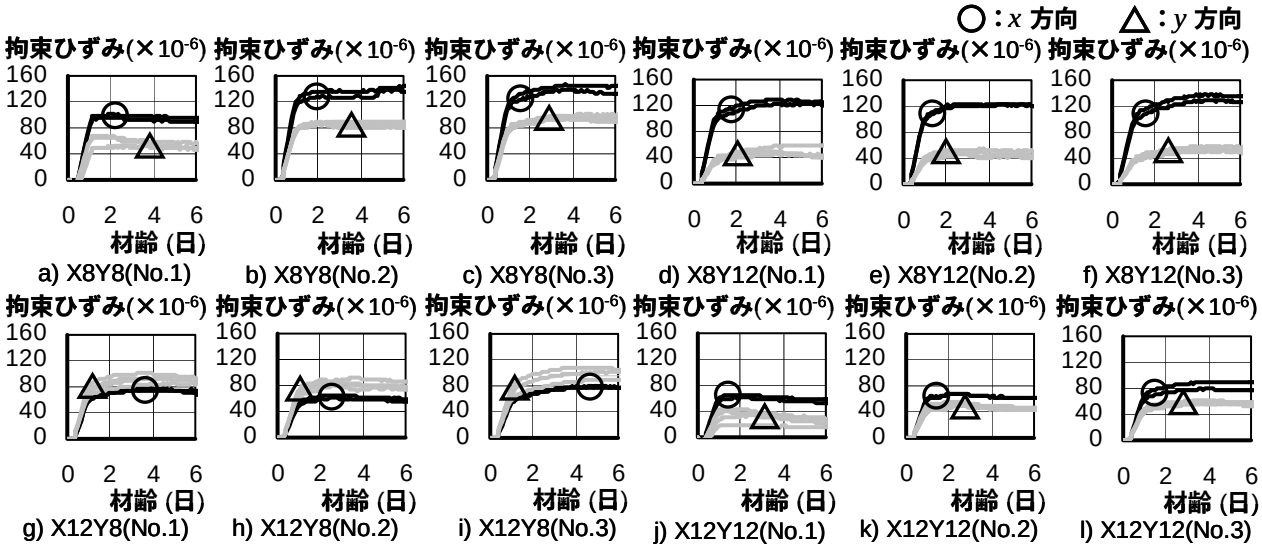


図－7　膨張コンクリートのヤング係数経時変化(NE40)

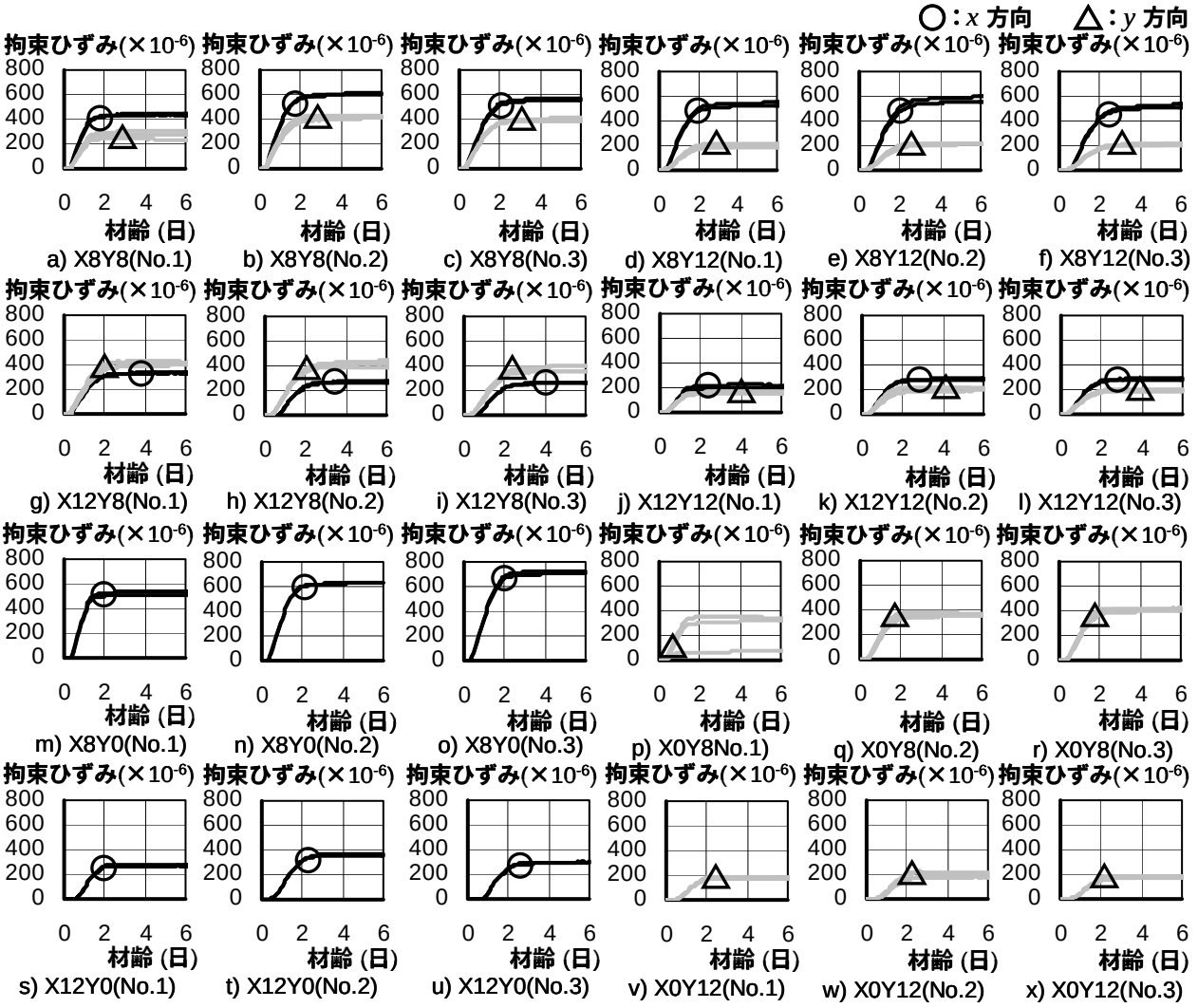
$$U_{sy} = \frac{1}{2}\rho_y E_y \varepsilon_{sy}^2 \qquad (10)$$

ここで，ρ_x，ρ_y はそれぞれ x，y 方向の拘束鋼材比であり，ε_{sx}，ε_{sy} はそれぞれ x，y 方向の拘束鋼材の軸ひずみである。

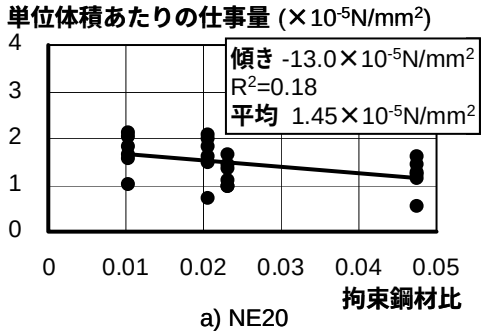
膨張コンクリートについては 3.で述べた仮定を適用した。すなわち力の釣り合い条件と膨張コンクリートのポアソン比 ν を考慮することにより，単位体積あたりの膨張コンクリートが自身になす x，y 方向の仕事量 U_{cx}，



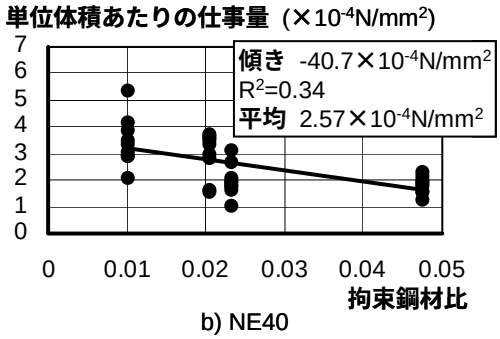
図－8　拘束鋼材のひずみ履歴(NE20)



図－9　拘束鋼材のひずみ履歴(NE40)

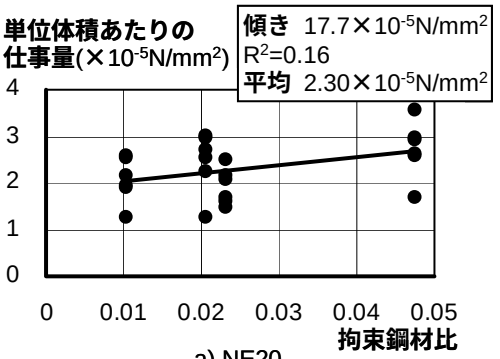


a) NE20

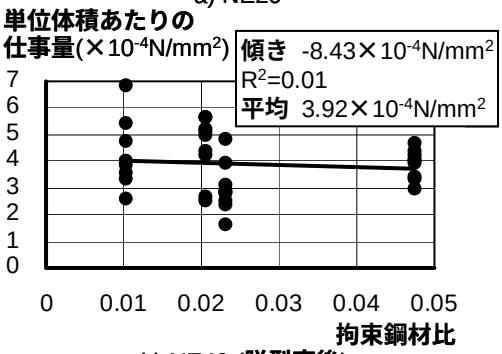


b) NE40

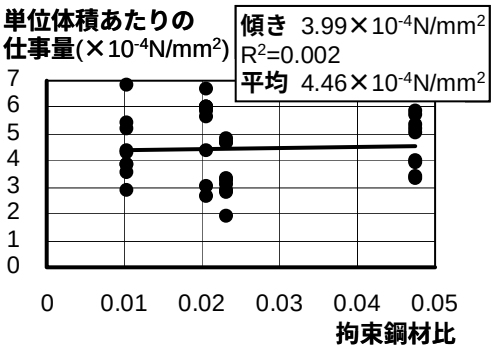
図－10　拘束鋼材になす仕事量と拘束鋼材比の関係



a) NE20

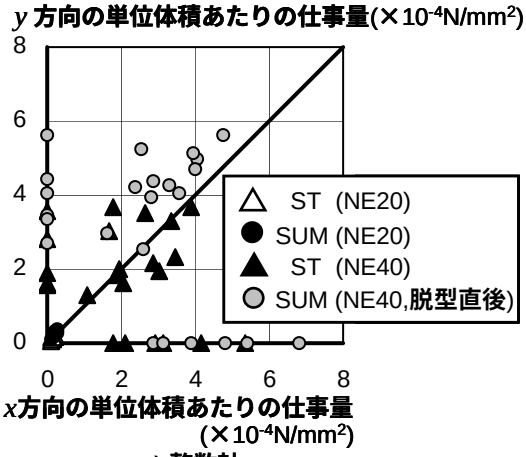


b) NE40 (脱型直後)

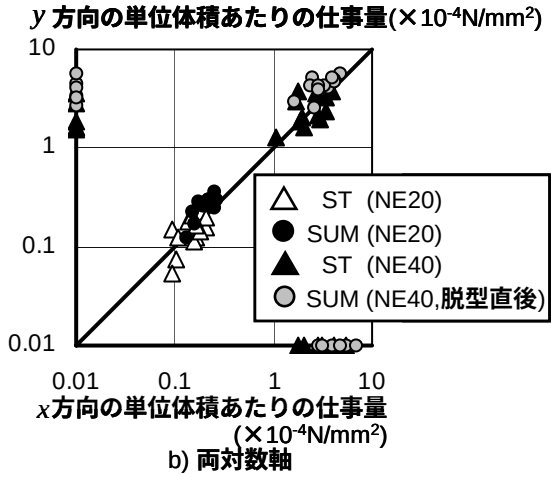


c) NE40 (1日脱型)

図－11　拘束鋼材および膨張コンクリート自身になす仕事量の和と拘束鋼材比の関係



a) 整数軸



b) 両対数軸

図－12　各仕事量と x，y 方向の関係

U_{cy} を次式により間接的に推定した。

$$U_{cx} = \sum \rho_x \frac{E_s^2 \varepsilon_{sx}}{E_c} \left(\rho_x \Delta\varepsilon_{sx} - \nu \rho_y \Delta\varepsilon_{sy} \right) \quad (11)$$

$$U_{cy} = \sum \rho_y \frac{E_s^2 \varepsilon_{sy}}{E_c} \left(\rho_y \Delta\varepsilon_{sy} - \nu \rho_x \Delta\varepsilon_{sx} \right) \quad (12)$$

拘束鋼材になす仕事量と拘束鋼材比の関係を**図－10**に，拘束鋼材および膨張コンクリート自身になす仕事量の和と拘束鋼材比の関係を**図－11** に示す。これらの図には，材齢 3 日の仕事量が，方向の区別をせずプロットされている。仕事量 U_{cx}，U_{cy} の算定は式(11)と式(12)により行い，膨張コンクリートのヤング係数は，**図－6** と**図－7** に示す 3 つの補間式を用いている。また，膨張コンクリートのポアソン比は 0.2 と仮定している。**図－10** および**図－11** には，最小二乗法による仕事量の推定式も描かれている。拘束鋼材になす仕事量は拘束鋼材比の増加とともに減少する傾向にある。一方，拘束鋼材および膨張コンクリート自身になす仕事量の和については，その傾向はみられない。各仕事量と x，y 方向の関係を**図－12** に示す。図中の記号“ST”は拘束鋼材になす仕事量であり，“SUM”は拘束鋼材および膨張コンクリート自身になす仕事量の和である。また，一軸応力状態下での各仕事

量は各軸上にプロットされている。**図－12** a)より NE20 のプロットが原点に集中しており，膨張材混入量の違いが仕事量にどのように影響するか不明確である。そこで両対数軸でプロットしたものを**図－12** b)に示す。この図から拘束方向ごとに仕事量一定則が概ね成立することが示唆される。**図－12** b)ではさらに，膨張材混入量を増加した場合，仕事量は対数的に増加することも示唆している。今後更に検討を行う必要がある。

5. 結論

以上，本研究の範囲内で以下の結論を得る。

- 既往の一軸拘束試験より仕事量について検討した結果, 仕事量一定則は一軸応力状態下で成立することが再確認された。
- 二軸拘束試験を実施した結果, 膨張材混入量に依らず仕事量一定則は拘束方向ごとに独立して成立することが確認された。
- 膨張材混入量の増加と共に仕事量は対数的に増加することが示唆された。

謝辞

本研究の一部は文部科学省のハイテク・リサーチ・センター整備事業として名城大学に設置された,「高度制震実験･解析研究センター」の研究の一環として実施された。ここに厚く謝意を表す。

参考文献

1) 辻幸和：コンクリート工学における膨張エネルギーの評価方法，コンクリート工学，Vol.26，No.10，pp.5-13，1988.10
2) 内田大介，塩永亮介，高瀬和男，坂根秀和：鋼橋床版の温度応力解析における膨張材効果の評価方法に関する一考察，コンクリート工学年次論文集，Vol.26，No.1，pp.633-638，2004
3) 三谷裕二，谷村充，松本健一，佐竹紳也：マス養生温度履歴下における膨張コンクリートの応力評価手法，コンクリート工学年次論文集，Vol.28，No.1，pp.1295-1300，2006.7
4) 三谷裕二，谷村充，松本健一，佐竹紳也：高炉セメントを用いた膨張コンクリートのマス養生温度履歴下における応力評価，コンクリート工学年次論文集，Vol.29，No.2，pp.175-180，2007
5) 三谷裕二，谷村充，佐久間隆司，佐竹紳也：膨張コンクリートのマス養生温度履歴を考慮した膨張応力算定法，コンクリート工学年次論文集，Vol.27，No.1，pp.1141-1146，2005
6) 三谷裕二，谷村充，佐久間隆司，佐竹紳也：マス養生温度下における膨張コンクリートの膨張応力評価法について, コンクリート工学年次論文集, Vol.26, No.1，pp.225-230，2004
7) 三谷裕二，谷村充，佐久間隆司，佐竹紳也：マスコンクリート様の温度履歴を受けた膨張コンクリートの応力評価法，マスコンクリートのひび割れ制御方法とその効果に関するシンポジウム論文集，日本コンクリート工学協会，No.8，pp.49-56，2005.8
8) 石川靖晃，柴田要：仕事量一定則に基づく膨張コンクリートの変形挙動に関する基礎的研究，コンクリート工学年次論文集, Vol.30, No.1, pp.351-356, 2008
9) 柴田要，石川靖晃，田辺忠顕：一軸拘束状態下における膨張コンクリートの仕事量に関する一考察，コンクリート工学年次論文集, Vol.29, No.1, pp.501-506, 2007
10) 百瀬晴基，閑田徹志，鈴木康範，小林隆芳：低熱ポルトランドセメントおよび膨張材を用いたコンクリートのケミカルプレストレス関する解析的研究，コンクリート工学年次論文集，Vol.29，No.1，pp.555-560，2007
11) 百瀬晴基，閑田徹志，鈴木康範，小林隆芳：低熱ポルトランドセメント及び膨張材を用いたコンクリートの膨張収縮挙動に関する研究，コンクリート工学年次論文集，Vol.26，No.1，pp.495-500，2004
12) 小田部裕一，寺野宜成，鈴木康範：膨張コンクリートの蒸気養生製品への適用性，コンクリート工学年次論文集，Vol.20，No.2，pp.145-150，1998
13) 戸川一夫，中本純次：膨張コンクリートの拘束膨張特性に及ぼす温度の影響，土木学会論文報告集，第 321 号，pp.177-187，1982
14) 辻幸和，古川茂：鋼繊維で補強した膨張コンクリート部材の膨張特性, 土木学会論文集, 第 384 号/V-7, pp.111-118，1987.8
15) 岡田清，平沢征夫，陣哲光：膨張セメントコンクリートのセルフプレストレス及びクリープに関する一実験, 土木学会論文報告書集, 第 223 号, pp.65-71, 1974.3
16) 国分正胤，小林正几，長滝重義，岡村甫，町田篤彦：膨張性セメント混和材を用いたコンクリートの標準試験方法に関する研究，土木学会論文集報告書集, 第 225 号，pp.93-99，1974.5
17) 高瀬和男，塩永亮介，佐久間隆司，鈴木康範，丸山久一：早強セメントを用いた膨張コンクリートの初期材齢における有効ヤング係数に関する考察，土木学会論文集，No.802/V-69，pp.33-48，2005.11