

論文 3次元FEMに基づく温度ひび割れ発生確率分布の提案

金津 努^{*1}・溝渕 利明^{*2}・佐藤 良一^{*3}・十河 茂幸^{*4}

要旨: マスコンクリートの温度ひび割れの発生を設計時、施工計画時に照査する方法として、従来、ひび割れ発生確率を基としたひび割れ指数が一般に用いられている。土木学会コンクリート標準示方書に示されるひび割れ指数とひび割れ発生確率の関係は、既往の施工事例を対象に温度分布を FEM により、応力解析を CP 法により計算して求められたもので、この関係を誘導する際の条件に適用の範囲が限定される。近年、マスコンクリートの温度応力解析への 3 次元 FEM の適用が増加してきたことから、3 次元 FEM に基づく温度ひび割れ指数と温度ひび割れ発生確率の関係を策定した。

キーワード: マスコンクリート、温度ひび割れ、ひび割れ発生確率、温度ひび割れ指数、有限要素法

1. はじめに

マスコンクリートの温度ひび割れの発生を設計時、施工計画時に照査する方法として、従来、ひび割れ発生確率を基としたひび割れ指数が一般に用いられている。ひび割れ発生確率は、自己収縮およびセメントの水和熱に起因するコンクリートの温度変化によって生じる応力が、引張強度を超えてひび割れが生じるか否かを確率的に捕らえたものであり、ひび割れ指数との関係で表されるのが一般的である。この場合、部材内に生じる応力を何らかの方法で算定し、その時点での強度との比（ひび割れ指数）から発生確率を推定することとなるが、応力の算定方法がひび割れ発生確率を推定した方法と異なれば、ひび割れ指数も異なってくることとなり、結果的にはひび割れ発生確率も異なってくる。これは、引張強度に対しても同様で、引張強度を求めるための試験法によっても異なる。

土木学会コンクリート標準示方書（以下、示方書）に記載されているひび割れ発生確率とひび割れ指数との関係は、応力の算定方法として CP(Compensation Plane) 法を用い、引張強度は割裂引張強度を用いて求められたものであり、自己収縮は考慮されておらず、強度の温度依存性も考慮されていない。また、その他の解析条件は示方書に記載されている式もしくは定数を用い、外気温は月別平均気温を用いて算定されている。したがって、示方書に記載されているひび割れ発生確率とひび割れ指数との関係を用いてひび割れ発生確率を求めるためには、前述した解析手法、解析条件を満足していなければならない。

一方、マスコンクリートのひび割れ制御に関する研究委員会報告書¹⁾にある研究委員会で実施したアンケート結果から、解析による事前検討に関する回答者の 75%が、

2 次元もしくは 3 次元の有限要素法を用いて応力解析を実施しているのに対して、ひび割れ発生の判定には示方書に示されているひび割れ指数を適用しているのが大半であることが示されており、上述したようなひび割れ発生確率とひび割れ指数との関係を十分理解して、適切に使用しているとは言い難い現状にある。さらに、示方書に示されているひび割れ発生確率とひび割れ指数との関係は、自己収縮を考慮していないことや強度特性に温度依存性が考慮されていない等、自己収縮およびセメントの水和熱に起因するコンクリートの温度変化によって生じる応力を十分表しているとは言えず、この点についても現状の解析技術に対応したひび割れ発生確率とひび割れ指数との関係を示す必要がある。

本論文では、以上のような実状を改善するために、最近の解析手法、物性入力条件を踏まえたひび割れ発生確率とひび割れ指数との関係を求めることとした。

2. ひび割れ発生確率を求めるために用いた対象構造物

ひび割れ発生確率とひび割れ指数との関係を求めるために、マスコンクリートのひび割れ制御に関する研究委員会報告書¹⁾に示されているアンケート結果から、構造物の形状、打込み日等の施工条件、材料・配合条件などが揃った解析可能な 65 の構造物を選定し、解析を行った。解析結果については、解析モデルが特異であると判断したもの、解析結果とひび割れとの関係が明らかにおかしいと判断したデータは除外した。各構造物から部材ごとにひび割れ評価が可能と判断したのは、728 のデータであった。その内訳は、ひび割れありの解析データが 204、ひび割れなしの解析データが 524 である。表-1 に、構造物別のケース数を示す。

*1 (財)電力中央研究所 参事 博(工学) (正会員)

*2 法政大学 デザイン工学部 教授 博(工学) (正会員)

*3 広島大学大学院 工学研究科 教授 工博(正会員)

*4 (株)大林組 技術研究所 副所長 工博(正会員)

表-1 対象構造物の分類とひび割れ発生の有無

No.	構造物	全ケース	ひび割れ有り	ひび割れなし
1	壁状	282	106	176
2	スラブ状	63	18	45
3	層状	349	64	285
4	柱状	34	16	18
5	全体	728	204	524

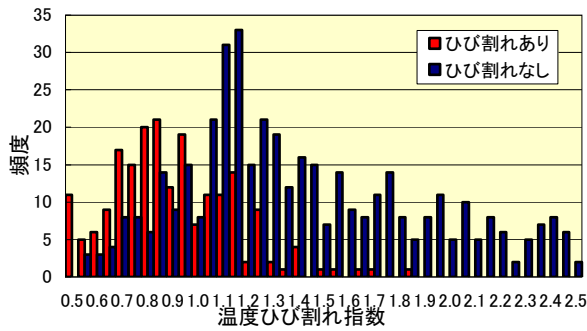


図-1 ひび割れ発生の有無に関するヒストグラム
—対象構造物全体—

壁状構造物および柱状構造物の解析データは、ひび割れの有無にそれほど差異がないのに対して、スラブ状構造物および層状構造物ではひび割れなしのデータがひび割れありのデータに対して3倍～4倍となっている。ひび割れ発生の有無に関する確率評価を行う場合には、できるだけひび割れの有無のデータ数が同数に近いほうが望ましいが、どのデータを削除するかの判断が難しかったことから、本検討では得られたデータを全て用いた。

3. ひび割れ発生確率を求めるための取り扱い事項

3.1 3次元有限要素法

温度、応力ともに3次元有限要素法により計算した。解析方法による誤差を小さくするため、要素分割、計算時間刻み、熱伝達の境界条件、外気温の扱い、コンクリートの打込み時初期温度、計算対象期間等の扱いを統一して設定した。これらの設定値、設定方法はマスコンクリートのひび割れ制御指針²⁾に示されているので、参照されたい。

3.2 入力物性値

温度応力解析に用いた物性値は、マスコンクリートのひび割れ制御指針²⁾の「4.3 材料の設計用値」に示されているものを適用した。また、ひび割れ指数を算定する際のコンクリートの引張強度は、割裂引張強度を用いた。入力物性において特徴的なことは、物性の温度依存性を考慮していること、自己収縮を考慮していること、および乾燥収縮を考慮していないことである。

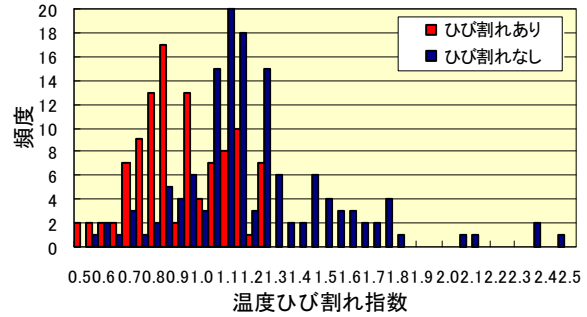


図-2 ひび割れ発生の有無に関するヒストグラム
—壁状構造物—

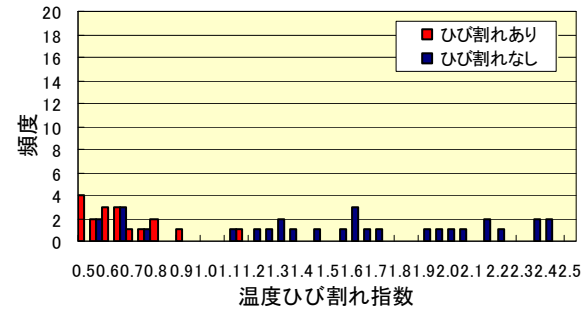


図-3 ひび割れ発生の有無に関するヒストグラム
—スラブ壁状構造物—

3.3 事例構造物におけるひび割れ発生の判定

温度ひび割れ発生の判定は、実構造物に発生した温度ひび割れのうち、表面ひび割れは除外し、貫通していると判断されたひび割れがある場合に「ひび割れ有り」と判定した。

4. ひび割れ発生のヒストグラムと比率

得られたデータから、ひび割れ発生の有無に関してひび割れ指数を0.05刻みで区分した場合のヒストグラムを図-1に示す。図-1から、ひび割れありの場合0.45～1.85にデータが分布し、0.70～1.10付近にデータが多く分布する結果となった。ひび割れなしの場合には、1.10付近を中心として広くデータが分布する結果となった。

構造物別でのヒストグラムを図-2～図-5に示す。壁状構造物の場合、図-2に示すようにひび割れありのデータは0.80付近を中心として0.50～1.30に分布しているのに対して、ひび割れなしのデータはひび割れ指数1.15付近を中心として0.60～2.50まで比較的広く分布しているのがわかる。スラブ状構造物の場合、図-3に示すようにひび割れありのデータはひび割れ指数0.50～1.10に分散する結果となっている。一方、ひび割れなしのデータはひび割れ指数0.60以上にデータが広く分散しており、特に集中している区間がない結果となっている。層状構造物は、図-4に示すように、ひび割れありのデータは0.50

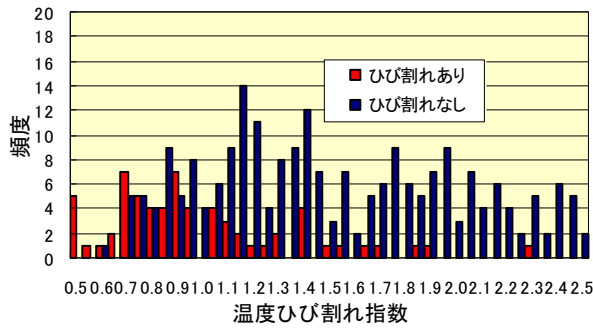


図-4 ひび割れ発生の有無に関するヒストグラム
—層状構造物—

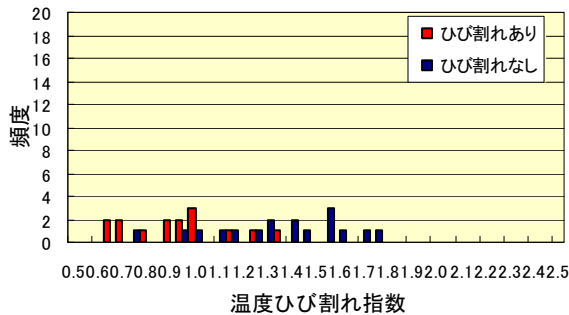


図-5 ひび割れ発生の有無に関するヒストグラム
—柱状構造物—

～1.10 付近に平均的に分布しているのに対して、ひび割れなしのデータはひび割れ指数 1.0～1.2 付近を中心として 0.65～2.50 まで比較的広く分布しているのがわかる。柱状構造物の場合には、図-5 に示すように、データ数が少ないため特に傾向はみられず、ひび割れありのデータがひび割れ指数 0.65～1.30 で分布しており、ひび割れなしのデータがひび割れ指数 0.80～1.75 に分散する結果となった。

次に、ひび割れ発生の有無の累積度数を示した結果を図-6 に示す。温度ひび割れ指数 2.5 を超えるデータ（約 100）は非表示としている。図-6 から、ひび割れありとひび割れなしの累積度数がほぼ同数となるのは、ひび割れ指数がほぼ 1.00 であった。図-1 および図-6 のヒストグラムを基に、0.05 刻みの各区分でのひび割れ発生の有無の比率を図-7 に示す。○印は累積ではなく、当該温度ひび割れ指数区分におけるひび割れ発生比率、●印は当該ひび割れ指数までの累積によるひび割れ発生比率である。累積度数を用いて算定した発生比率は、各区分で算定した比率に比べてひび割れ指数 1.00 以上での傾きが大きく、ひび割れ指数 1.50 でほぼ比率が 0 となっている。特に、ひび割れ指数 0.90 でひび割れ発生率が 80% 程度であるのに対して、ひび割れ指数 1.1 で約 30% であり、ひび割れ指数 0.2 の変化に対して 50%ものひび割れ発生率の変化となっている。全くばらつきがない理想的

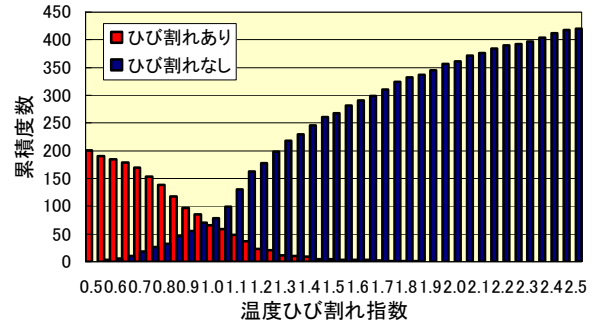


図-6 ひび割れ発生の有無に関する累積度数

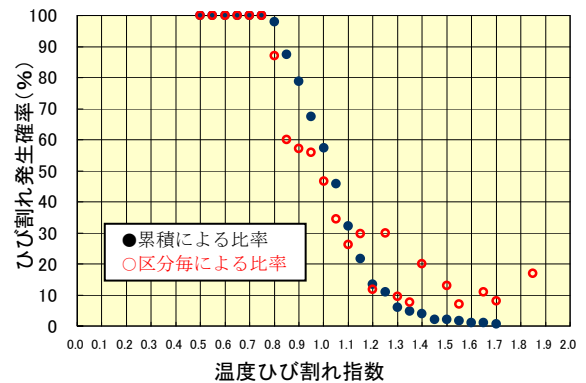


図-7 各ひび割れ指数区分でのひび割れ発生の有無の比率

な状況であれば、ひび割れ指数 1.0 をはさんでひび割れ発生率が 100%から 0%に変化することとなるが、入力条件や解析の精度を考慮した場合、用いた解析手法がこれだけの鋭敏な変化に十分対応しているとはいえない。一方、区分ごとで算定した結果では、ひび割れ指数 1.50 でも 10 数%の発生比率となっている。さらに、事前解析での入力条件と実施工での実際の物性値や環境条件の違いを考慮した場合、累積度数を基にしたひび割れ発生率からひび割れ発生確率とひび割れ指数との関係を推定することは、ひび割れ指数 1.00～1.40 のひび割れ発生の有無が錯綜する範囲で危険側の評価を与えかねない。

以上の点から、ひび割れ発生確率とひび割れ指数との関係を評価する際には、区分ごとで算定したひび割れ発生比率のデータ（○印）を用いることとした。

5. ひび割れ発生確率曲線の算定

4. で記述したように、ひび割れ指数の区分毎のひび割れ発生に関する比率データと 3 次元温度応力解析を実施した結果を基に、どのような確率分布を適用するのか検討を行った。

5.1 正規確率分布の適合性について³⁾

図-7 で算定したひび割れ発生率とひび割れ指数が正規確率分布をしているのかどうか評価するために、ひび

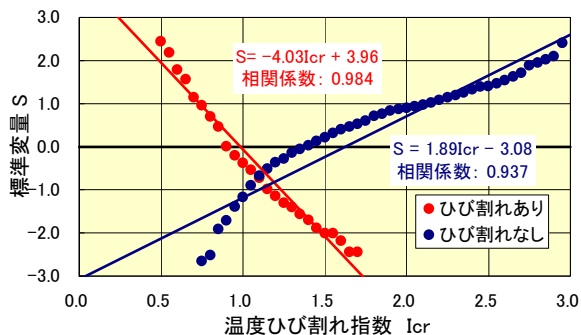


図-8 ひび割れの有無のデータの正規性

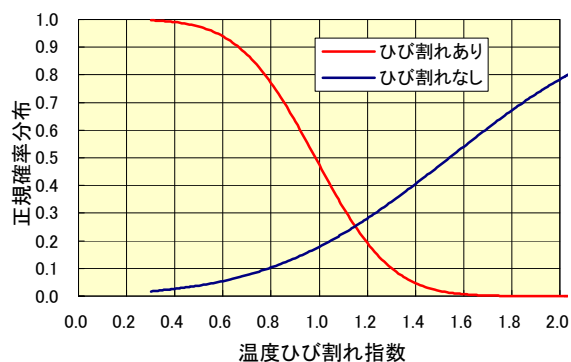


図-9 ひび割れの有無に対する正規確率分布

割れの有無のデータの正規性について検討を行った。検討結果を図-8に示す。図-8から、ひび割れありの場合もなしの場合も正規性はあると思われるものの、ひび割れなしの場合にはデータが分散していることから、勾配が比較的緩やかとなる結果であった。これは正規分布とした場合、裾野が広い分布となり、標準偏差の値が大きい、ばらつきの大きい分布を示すこととなる。ひび割れなしの場合の平均値(ひび割れ指数)は、約1.70であった。ひび割れありの場合には、図-8に示すように傾きが大きく、比較的山の立った正規分布となる結果であった。また、平均値(ひび割れ指数)が約1.00となる結果であった。この正規性を評価した結果を基にしたひび割れの有無に対する正規確率分布を図-9に示す。図-9から、前述したようにひび割れありの場合にはひび割れ指数0.80～1.20の範囲で比較的勾配の大きい正規確率分布となり、ひび割れなしの場合には比較的勾配の緩やかな正規確率分布となった。

5.2 正規分布を仮定したひび割れ発生確率とひび割れ指数との関係

これまでの示方書⁴⁾では、ひび割れ発生確率が正規分布に従うとして確率曲線を求めてきている。これまでの方法に準拠してひび割れ発生確率曲線を算定した結果を図-10に示す。図-10から、ひび割れ発生確率50%がひび割れ指数0.90程度となり、ひび割れ指数1.0を下回る結果となった。ひび割れ指数1.0では、ひび割れ発生

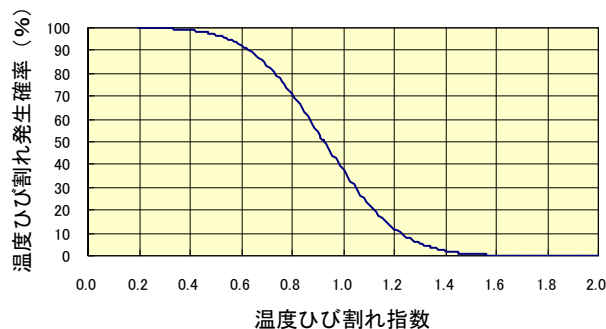


図-10 正規分布を仮定したひび割れ発生確率分布図

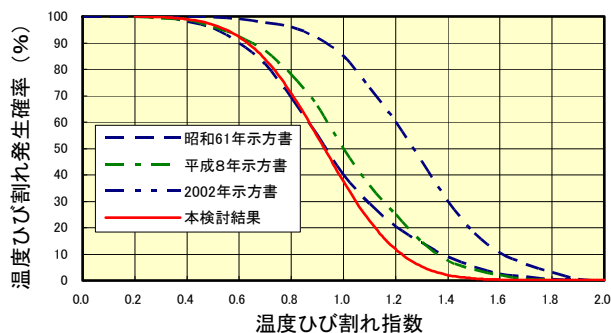


図-11 ひび割れ発生確率分布図の比較

確率が約37%となった。これまでの示方書でのひび割れ発生確率曲線と比較した結果を図-11に示す。

本検討で算定したひび割れ発生確率曲線は、図-11に示すように、これまでの示方書で示された曲線よりもやや勾配が大きい曲線となっており、これは曲線の高精度化が図られた結果を示すものである。ただし、ひび割れ指数1.0でのひび割れ発生確率が約37%であることは実際の現象を十分評価したひび割れ発生確率曲線となっていないものと考えられる。この原因としては、ひび割れの有無でのデータ数の差異、ひび割れ指数1.0未満でのひび割れなしのデータが多いことが挙げられる。

5.3 ワイブル分布を仮定したひび割れ発生確率とひび割れ指数との関係

これまでの正規確率に準拠するとして算定した確率曲線は、実際の現象と大きくかけ離れた評価曲線となっていることから、本検討では製品の故障率などに適用されているワイブル分布を用いて算定することとした。

ワイブル分布⁵⁾は、1939年にスウェーデンの物理学者Weibullが、材料の強度はその材料の最も弱い部分で決定されるという考えを基に導出された確率密度分布である。ワイブル分布は、指数分布に基づいたものであり、その確率密度関数は $f(x)=\exp(-\lambda x)$ で与えられ、累積分布関数は次式となる。

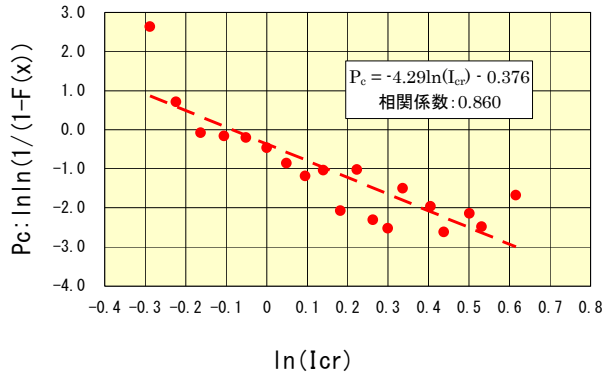


図-12 ワイブル分布に基づくひび割れ指数とひび割れ発生確率の関係

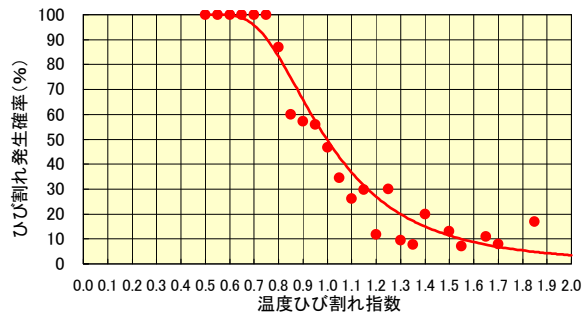


図-13 ひび割れ発生確率分布

$$F(x) = \int_0^x f(x) dx = \int_0^x \lambda \exp(-\lambda x) dx$$

$$= \left[\frac{\lambda \exp(-\lambda x)}{-\lambda} \right]_0^x = 1 - \exp(-\lambda x) \quad (1)$$

次に、式(1)について時間依存性を考慮した確率分布とした場合、確率密度関数および累積分布関数は以下のようなになる。

$$f(x) = \frac{m}{\alpha} x^{m-1} \exp\left(-\frac{x^m}{\alpha}\right) \quad (2)$$

$$F(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x^m}{\alpha}\right) \quad (3)$$

式(3)を変形して、自然対数を2回とると次式が得られる。

$$\frac{1}{1-F(x)} = \exp\left(\frac{x^m}{\alpha}\right)$$

$$\ln\left(\frac{1}{1-F(x)}\right) = \frac{x^m}{\alpha} \quad \ln \ln\left(\frac{1}{1-F(x)}\right) = m \ln x - \ln \alpha \quad (4)$$

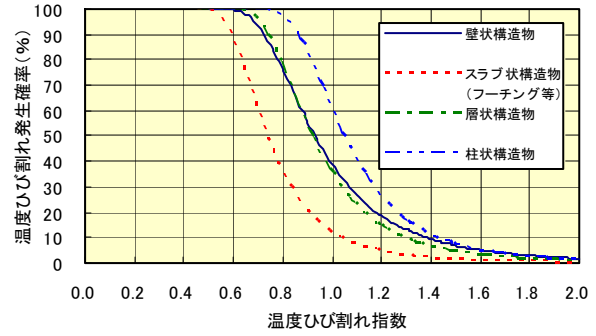


図-14 構造物毎のひび割れ発生確率

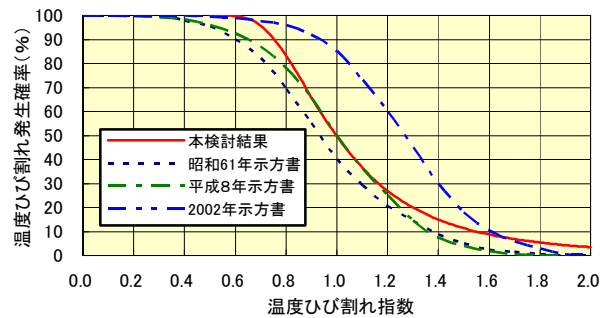


図-15 ひび割れ発生確率の比較

式(4)は、傾きが m で切片が $\ln \alpha$ の直線式となる。今、 x をひび割れ指数 I_{cr} 、 $F(I_{cr})$ をひび割れ発生確率として m および α を求めれば、ワイブル分布を用いたひび割れ発生確率とひび割れ指数との関係を得ることができる。ここで、 $F(I_{cr})$ については前述したように区分ごとに算定したひび割れ発生率を用いることとする。算定した結果を図-12に示す。図-12から、 $m=4.29$ 、 $\alpha^m=0.92$ となる。

図-12から、ひび割れ発生率はひび割れ指数と高い相関性があることが分かる。ひび割れ発生確率とひび割れ指数との関係式を以下に示す。

$$F(I_{cr}) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{I_{cr}}{0.92}\right)^{4.29}\right] \quad (5)$$

ここで、 I_{cr} はひび割れ指数であり、 $F(I_{cr})$ はひび割れ発生確率である。

式(5)を用いたひび割れ発生確率とひび割れ指数との関係を図-13に示す。

図-13から、算定したひび割れ発生確率曲線は区分ごとのひび割れ発生率を比較的良く回帰する結果となっており、ひび割れ指数1.00でのひび割れ発生確率が50%、ひび割れ発生確率5%でのひび割れ指数が1.85となった。構造物別でのひび割れ発生確率とひび割れ指数との関

係を図-14 に示す。図-14 から、曲線の勾配が最も小さいのが壁状構造物であり、スラブ状構造物が最も勾配が大きい曲線となっている。構造物ごとでひび割れ発生確率曲線に若干差異はあるものの、それぞれ区別してひび割れ発生確率を算定するほどの差異はないと判断し、ひび割れ発生確率とひび割れ指数との関係式は、式(5)で示した式のみで評価することとした。

これまでの示方書で示されているひび割れ発生確率とひび割れ指数との関係を比較した結果を図-15 に示す。図-15 から、本検討で得られたひび割れ発生確率曲線の勾配は、これまでの示方書の曲線の勾配に比べて大きい結果となっている。

本検討で求めたひび割れ発生確率曲線は、2002年版の示方書に比べて全体的に左にシフトした結果となった。ひび割れ発生確率50%で約0.30、ひび割れ発生確率20%で約0.20、本検討で求めたひび割れ発生確率曲線の方が小さい値を示している。また、ひび割れ発生確率5%でのひび割れ指数は、本検討結果がやや大きいほぼ同等であり、ひび割れ発生確率100%となるひび割れ指数が2002年版の示方書では0.50であるのに対して、本検討では0.60であった。

本検討では、ひび割れ指数算定の際に引張強度として割裂引張強度を用いている。これは、2002年版示方書と同様である。実構造物での引張強度は、割裂引張強度に比べて20~30%程度小さくなると言われている。したがって、2002年版示方書ではひび割れ発生確率50%でのひび割れ指数が約1.3となっている。一方、本検討ではひび割れ発生確率50%でのひび割れ指数が約1.00となっている。本検討で算定したひび割れ発生確率がコンクリート示方書よりもより実構造物に近い解析を行っていること、実構造物の場合部材内部は標準養生温度よりも高い温度で推移する点を考慮すれば、部材内部の引張強度は標準養生での割裂引張強度とそれほど差異はないことを考慮すれば、10%~20%程度の低減を見込めば良いものと思われる、ひび割れ発生確率50%でひび割れ指数1.1となるのは、実現象と大きくかけ離れた結果にはなっていないものと思われる。

6. まとめ

ひび割れ発生確率とひび割れ指数との関係について、65構造物、728部材の既往の施工事例を対象として、入力物性値の温度依存性およびコンクリートの自己収縮を考慮し、現在かなり普及している3次元有限要素法を用い、初期条件、境界条件を統一的に設定して計算を行い、新しく作成した。対象として選定した構造物は多岐に渡っており、一つの確率曲線として評価することが適切であったかどうかは判断が難しいところである。しかし、実用面から構造物を単純に区分することも難しく、これから今後とも適用実績を積み重ねて、定期的に見直しを行っていく必要があると思われる。また、施工事例におけるひび割れありのデータは、実際にひび割れが生じていることから十分信頼のおけるものといえる。しかし、ひび割れなしのデータにはついては、実際に生じていても発見できなかった場合や、調査対象箇所へのアクセスの可否などから、調査できなかったものも含まれているものと思われ、ひび割れ発生確率の判断の根拠となるデータとしては不十分であり、より精度のよいひび割れ調査データの蓄積が必要になってくると思われる。

謝辞

本論文は、マスコンクリートのひび割れ制御指針の指針内容の根拠となる資料をとりまとめたものである。指針原案資料の取り纏めにご協力頂いた指針改訂委員会委員各位に感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 日本コンクリート工学協会：マスコンクリートのひび割れ制御に関する研究委員会報告書，2006.6
- 2) 日本コンクリート工学協会：マスコンクリートのひび割れ制御指針，2008年11月
- 3) 土木学会：最新のマスコンクリート技術，コンクリート技術シリーズ14，1996.11
- 4) 土木学会：2002年度制定，コンクリート標準示方書（設計編），2002
- 5) 村上雅人：なるほど統計学，海鳴社，2002