

論文 分散ひび割れモデルによるひび割れ幅評価法の提案

石川靖晃*1・大橋裕成*2・田辺忠顕*3

要旨：本論文では、分散ひび割れモデルによる FEM 応力解析結果から、ひび割れ幅を定量的に評価する手法を提案した。まず、ひび割れ幅評価の基本方針について述べた後、分散ひび割れモデルから離散的であるひび割れ幅算定までの流れが一般的に記述されている。実際のひび割れ事例に対してひび割れ解析を行うことにより、提案手法の妥当性について検討を行った結果、提案手法は鉄筋の効果を考慮したひび割れ幅を客観的に評価する可能性があることが示された。

キーワード：ひび割れ幅、分散ひび割れモデル、クラック相当ひずみ、応力解放領域、付着喪失長さ

1. はじめに

マスコンクリート構造に限らず、最近では PRC 橋梁や少数主桁上の PC 厚肉床版などでもひび割れ発生が問題となっている。今後、コンクリート構造物に対するひび割れ照査がますます重要となることは論を待たない。

設計面では、土木学会、建築学会、コンクリート工学協会から、ひび割れ照査に対する方針が示されている¹⁾²⁾³⁾。いずれの方針も、ひび割れ幅をひび割れ指数および鉄筋比から評価しているが、適用範囲に制約が多いため、一般的なひび割れ評価の方針とはなっていない。

学術的には、ひび割れを考慮する変形解析手法は各所で精力的に開発されている。これらの解析手法は分散ひび割れと分散ひび割れモデルのいずれかに大別される。これらのモデルではひび割れは考慮されているものの、ひび割れ幅の評価自体を目的としている研究はわずかである⁴⁾。また CP ひび割れ幅法や CP 表面ひび割れ幅法および Hybrid CP/FEM 法などのような、ひび割れ幅を評価する簡便法も提案されている⁵⁾⁶⁾が、これらの手法は複雑な形状の構造全体のひび割れ幅評価をするには不向きである。よって、一般的にひび割れ幅を評価する手法は十分とはいえないと思われる。

本論文では、分散ひび割れモデルによる FEM 応力解析結果から、ひび割れ幅を定量的に評価する手法の開発を目的とする。分散ひび割れモデルによるひび割れ解析手法について述べた後、ひび割れ幅評価法概念およびその方法について述べる。最後に、実際にひび割れ解析を実施し、提案した評価法について検討を行う。

2. 分散ひび割れモデルによるひび割れ幅解析手法

2.1 クラック相当ひずみの定義

温度変化、乾燥収縮および自己収縮などの体積変化を伴う鉄筋コンクリートのひび割れ挙動について考える。分散ひび割れの概念ではコンクリートおよび鉄筋の全

ひずみ ϵ は同一であるが、コンクリート領域および鉄筋領域ではそれぞれ次式のように表される。

$$\epsilon = \epsilon_C^e + \epsilon_C^{cr} + \epsilon_C^{ve} + \epsilon_C^0 \quad (1)$$

$$\epsilon = \epsilon_S^e + \epsilon_S^p + \epsilon_S^{ve} + \epsilon_S^0 \quad (2)$$

ここで、下付き添字”C”および”S”はそれぞれコンクリートおよび鉄筋を表している。上付き添字”e”、”ve”はそれぞれ、弾性、クリープを表し、”p”あるいは”cr”は弾性およびクリープひずみ以外の応力依存性成分を表している。分散ひび割れモデルの場合、 ϵ_C^{cr} はコンクリート内の無限小領域における単位長さあたりのひび割れ幅に相当するひずみとなる。以降 ϵ_C^{cr} をクラック相当ひずみと称する。また、 ϵ_C^0 はコンクリートの温度変化、乾燥収縮、自己収縮による体積ひずみ、 ϵ_S^0 は鉄筋の温度変化による体積ひずみを表している。

2.2 材齢依存性を考慮した直交異方性モデル

本論文では、鉄筋コンクリートの応力と応力依存性ひずみを関連付ける方法として、直交異方性モデル⁷⁾を用いた。このモデルでは、鉄筋コンクリートは、ひび割れが生じるまでは弾性連続体、ひび割れ発生後は、コンクリートの応力依存性主ひずみ方向に配置された格子(Main Lattice)および鉄筋を表す格子にてモデル化される(図-1)。なお、鉄筋とコンクリートは完全に付着していると仮定する。この手法の特長は、新たに節点を設けることなく鉄筋比のみで鉄筋の影響を考慮できること、および解の収斂性が極めて良いことである。

Main Lattice は図-2 に示すような、各ステップの材齢でのコンクリートの一軸応力-応力依存性ひずみ関係を有している。通常、初期応力解析においては、強度特性やひずみ軟化特性は材齢に応じて変化する。そのため、前ステップの応力ひずみ点を、現ステップの応力-応力依存性ひずみ経路上に一義的に固定することが数値解

*1 名城大学理工学部建設システム工学科准教授 工博 (正会員)

*2 名城大学大学院理工学研究科建設システム工学専攻 (正会員)

*3 中間法人社会基盤技術評価支援機構・中部専務理事 工博 (正会員)

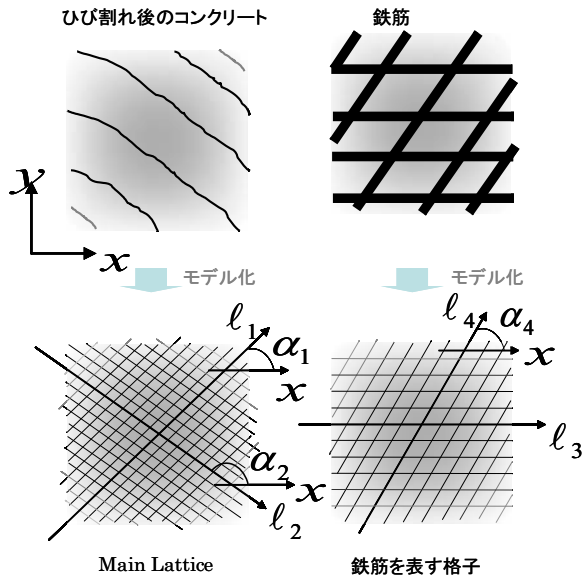


図-1 直交異方性モデルの概念

析上要求される。逐次弾性の範囲であれば、一つの応力に対して唯一の応力依存性ひずみに対応するため、応力ひずみ点を一義的に固定することは容易である。しかし、ひび割れ発生後のようなひずみ軟化問題では、一つの応力に対して、載荷時もしくは除荷時の応力依存性ひずみに対応するため、応力ひずみ点を一義的に固定することはできない。本論文では、応力ひずみ点を常に弾性載荷経路上に固定すると仮定した。この点については、今後さらに検討する必要がある。

3. ひび割れ幅の評価方法

3.1 ひび割れ幅評価の基本方針

一般的にひび割れ幅はコンクリートの収縮する応力に抵抗しているひずみ成分の解放の程度によって定まる。さらに、その解放の程度は拘束体が如何に拘束作用を発揮するかによって決定される。この拘束作用は応力依存性ひずみの局所化の分布を検討することによって判断できる。ひずみ局所化分布は前述のひび割れ幅解析から得られたクラック相当ひずみ分布から判断できる。

拘束体の例として、被拘束体内の鉄筋や既設コンクリートあるいは地盤などが挙げられる。鉄筋拘束が卓越する場合には、テンションステフニングおよびテンションソフニングなどの効果をひび割れ幅の評価に反映させる必要がある。一方で、無筋に近い構造物を評価する場合には、鉄筋の影響よりもむしろ既設コンクリートや地盤などによる外部拘束の影響が卓越する。そのため、鉄筋拘束が卓越する場合と、卓越しない場合に分けてひび割れ幅の評価方法する必要がある。

3.2 鉄筋拘束が卓越しない場合のひび割れ幅評価方法

マスコンクリート温度応力研究委員会は、CP ひび割れ幅

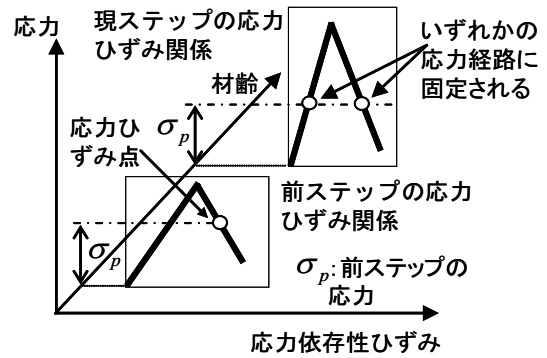


図-2 Main Lattice の応力ひずみ関係

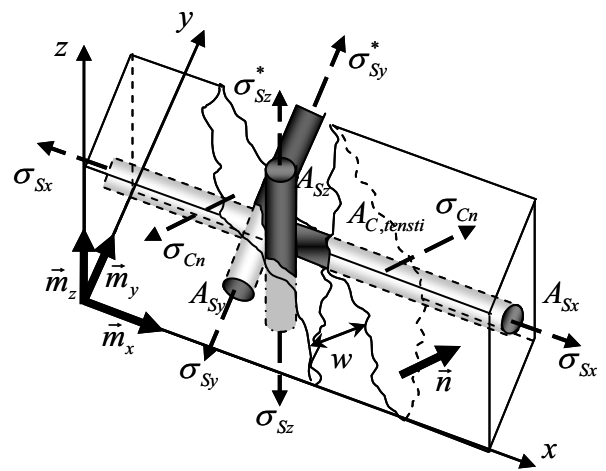


図-3 テンションステフニング領域のひび割れ面

法などにおいて、応力解放領域を近似的に取り扱うことにより、その範囲のひずみが解放されることを報告している⁵⁾。その仮定に基づけば、ひび割れ幅 w は、クラック相当ひずみの主ひずみ ϵ_{crack} (以下クラック相当主ひずみと称する) を応力開放領域長さで積分することにより次式で与えられる。

$$w = \int_0^L \epsilon_{crack} dx \quad (3)$$

ここで、 L は応力開放領域長さである。応力開放領域は、ひび割れ幅解析から得られたクラック相当主ひずみ分布およびその方向から決定され、応力開放領域長さは、クラック相当主ひずみ方向に沿って与えられる。

3.3 鉄筋拘束が卓越する場合のひび割れ幅評価方法

まず、テンションステフニング領域に着目し、ひび割れ面における鉄筋応力を算定する手法について述べる。図-3に示すように、 x y z 方向に鉄筋が配置されている領域に方向余弦 \vec{n} を法線ベクトルとするひび割れが生じたときを考える。各方向の鉄筋の断面積は、それぞれ A_{Sx} 、 A_{Sy} 、 A_{Sz} である。ひび割れ面に垂直な方向のひび割れ幅を w 、ひび割れ面の断面積を $A_{C,tensile}$ とし、

分散ひび割れモデルから算定されたひび割れ面方向におけるコンクリートの直応力を σ_{Cn} とする。さらに、 $x y z$ 軸方向を表す単位ベクトルをそれぞれ $\vec{m}_x, \vec{m}_y, \vec{m}_z$ とする。このとき、テンションステフニングを考慮したひび割れ面位置での $x y z$ 方向の鉄筋応力 $\sigma_{Sx}^*, \sigma_{Sy}^*, \sigma_{Sz}^*$ は、ひび割れ面におけるコンクリートのテンションステフニングに相当する $x y z$ 方向の応力 $\sigma_{Ct,x}, \sigma_{Ct,y}, \sigma_{Ct,z}$ および、分散ひび割れモデルから算定された $x y z$ 方向の鉄筋応力 $\sigma_{Sx}, \sigma_{Sy}, \sigma_{Sz}$ を用いて次式で表される。

$$\sigma_{Si}^* = \sigma_{Si} + \sigma_{Ct,i} \quad (4)$$

ただし、下付き添字 i は $x y z$ 方向を表している。応力 $\sigma_{Ct,i}$ がひび割れ幅の各方向への正射影の大きさに比例すると仮定した場合、次式が成立する。

$$\frac{\sigma_{Ct,x}}{w} = \frac{\sigma_{Ct,y}}{w} = \frac{\sigma_{Ct,z}}{w} = \beta \quad (5)$$

$$\frac{\vec{n} \cdot \vec{m}_x}{\vec{n} \cdot \vec{m}_y} = \frac{\vec{n} \cdot \vec{m}_y}{\vec{n} \cdot \vec{m}_z}$$

ただし、 β は比例定数である。また、ひび割れ面法線方向における力の釣合い条件より

$$A_{C,tens} \sigma_{Cn} = A_{Sx} (\vec{n} \cdot \vec{m}_x) \sigma_{Ct,x} + A_{Sy} (\vec{n} \cdot \vec{m}_y) \sigma_{Ct,y} + A_{Sz} (\vec{n} \cdot \vec{m}_z) \sigma_{Ct,z} \quad (6)$$

が得られる。式(5)、(6)を式(4)に代入すると、ひび割れ面位置での鉄筋応力は分散ひび割れモデルから算定された応力を用いて次式で表される。

$$\sigma_{Si}^* = \sigma_{Si} + \frac{A_{C,tens} \sigma_{Cn}}{(\vec{n} \cdot \vec{m}_i) (A_{Sx} + A_{Sy} + A_{Sz})} \quad (7)$$

式(7)は、分散ひび割れモデルとして取り扱った場合の鉄筋応力と、分散ひび割れモデルから算定された応力とを関連付けている。式(7)よりひび割れ面での鉄筋応力が算定され、その結果、ひび割れ幅を算定することができる。図-4に示すような付着喪失長さ L_S を定義し、さらに鉄筋が弾性体である場合には、各鉄筋方向のひび割れ幅成分 w_i は次式で算定される。

$$w_i = \frac{2L_S \sigma_{Si}^*}{E_S} \quad (8)$$

ここで、 E_S は鉄筋のヤング係数である。前述の応力開放領域長さと同様に付着喪失長さ L_S についても、マスコンクリート温度応力研究委員会にて詳細な検討がなされている⁵⁾。鉄筋拘束が卓越する場合には、ひび割れ間隔についても評価することが可能である。各鉄筋方向に対してひび割れ幅の合計が、鉄筋応力の解放による要素長さ変化に等しいと仮定したとき、各鉄筋方向に対

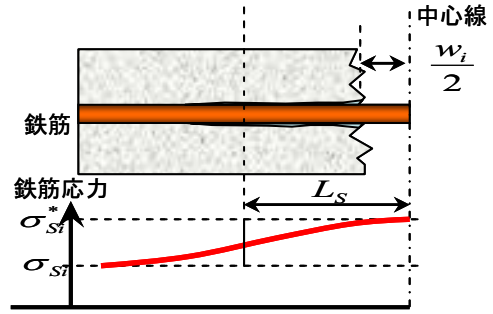


図-4 付着喪失長さ

して次式が成立する。

$$k_i w_i = \alpha_i L_{elem,i} \varepsilon_{crack,i} \quad (9)$$

ここで、 $k_i, L_{elem,i}$ および $\varepsilon_{crack,i}$ はそれぞれ、各鉄筋方向に w_i のひび割れ幅で生じるひび割れの本数、等価要素長さ、およびクラック相当直ひずみ成分である。また、 α_i は、各方向鉄筋応力の解放の程度を表す係数であり、鉄筋位置などの関数として定まる。式(9)より、各鉄筋方向のひび割れ幅間隔 Int_i は次式で算定される。

$$Int_i = \frac{L_{elem,i}}{k_i} = \frac{w_i}{\alpha_i \varepsilon_{crack,i}} \quad (10)$$

テンションソフニング領域では、ひび割れ本数 k_i が隣接しているテンションステフニング領域のものと一致すると仮定することにより、各鉄筋方向のひび割れ幅 w_i は次式で表される。

$$w_i = L_{elem,i} \varepsilon_{crack,i} / k_i \quad (11)$$

4. ひび割れ解析による提案手法の検証

4.1 ひび割れ解析における前提条件

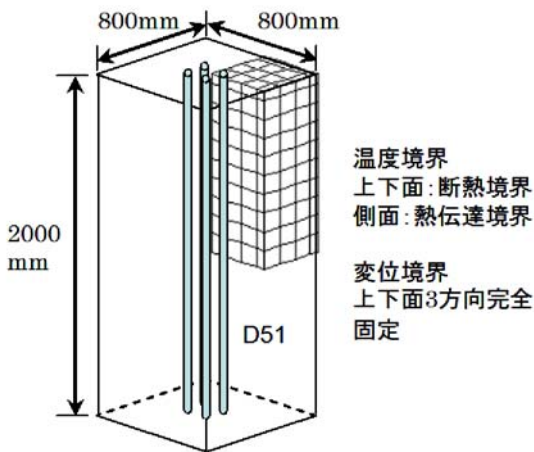
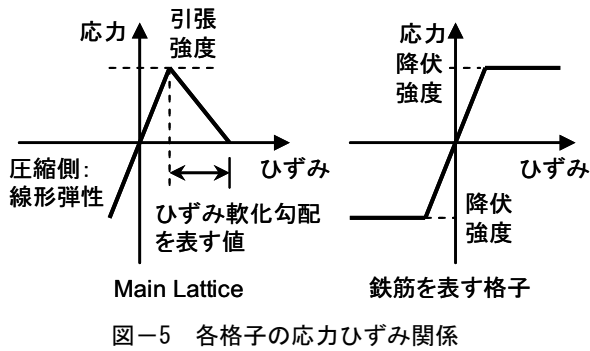
3次元FEMによるひび割れ解析を行うことにより、前節で述べたひび割れ幅評価法に対する数値検証を行った。その際、以下に示す前提条件を設けた。

(1) ひずみ軟化問題では、全ての分岐モードから適切な経路を選択する解析手順を導入する必要があるが、本解析ではこの解析手順を省略した。

(2) ひび割れ後のせん断抵抗について、弾性せん断剛性成分にせん断剛性の低減率を乗じることで考慮した。

(3) Main Lattice および鉄筋を表す格子において図-5に示すような極めて簡便な応力ひずみ関係を使用した。さらに、Main Lattice の応力ひずみ関係の軟化肢の傾きは本来なら要素寸法や破壊エネルギーなどから決定される必要があるが、本解析では常に一定であると仮定した。

(4) 初期ひずみ成分として温度変化のみを考慮した。また、クリープひずみおよび自重の影響を無視した。さらに、継目は完全に付着していると仮定した。



(5) 各方向鉄筋応力の解放の程度を表す係数 α_i は十分に検討したうえで決定される必要があるが、本論文では全て1であると仮定した。

4.2 軸拘束が卓越する場合のひび割れ幅評価

解析対象は軸方向に完全に固定された RC 柱である。図-6 に解析対象モデルを示す。図心近傍に D51 の軸鉄筋が 4 本配置されている。解析に用いた材料特性を表-1 に示す。図-7 に材齢 10 日におけるクラック相当主ひずみ、鉄筋応力およびひび割れパターンを示す。ひび割れパターンは、500 マイクロ以上のクラック相当主ひずみが存在するコンクリート要素の主ひずみ方向を基に描かれている。クラック相当主ひずみ分布からひずみ局

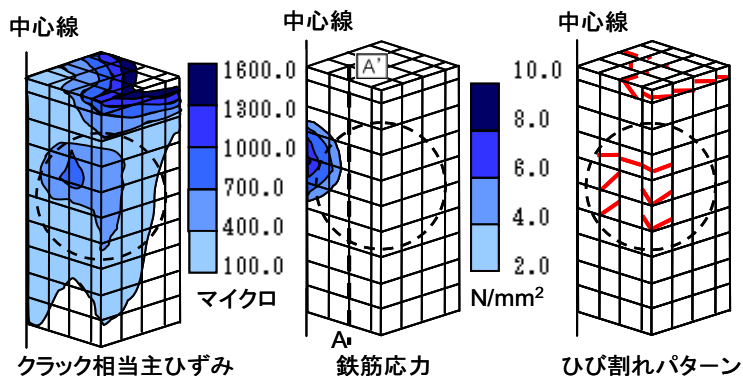


表-1 解析に用いた材料特性

材料特性	値もしくは式
熱伝導率	2.7 W/m°C
比熱	1.1 kJ/kg°C
密度	2300 kg/m³
断熱温度上昇量 $Q(t)$ (t : 材齢)	$Q(t) = 64.0 \cdot (1 - e^{-1.65t})^\circ\text{C}$
熱伝達率	8 W/m²°C
圧縮強度 $f'_c(t)$	$f'_c(t) = \frac{24t}{2.9 + 0.97t}$ N/mm²
引張強度 $f'_t(t)$	$f'_t(t) = 0.44\sqrt{f'_c}$ N/mm²
コンクリートのヤング係数 $E(t)$	$E(t) = 4700\sqrt{f'_c}$ N/mm²
ポアソン比	0.2
鉄筋のヤング係数	210000 N/mm²
降伏強度	345 N/mm²
ひずみ軟化勾配を表す値	2.0×10^{-4}
せん断剛性の低減率	0.08
線膨張係数	コンクリート鉄筋ともに $10 \times 10^{-6}(1/^\circ\text{C})$

所化は端部境界と、その下方 400mm ぐらいで発生していることが確認される。図-7 中の点線で囲まれた領域では、軸方向にほぼ垂直にひび割れが発生している。この解析例は鉄筋拘束よりもむしろ固定境界による軸拘束が卓越していると判断されるので、3.2 節の考え方からひび割れ幅を評価することにする。例として図-7 に描かれている AA'線に着目する。ひび割れパターンから応力解放領域は AA'線上に沿って存在すると判断される。図-8 に材齢 10 日での AA'線に沿ったクラック相当主ひずみ分布を示す。この図より、図-7 中の点線で囲まれた領域でのひび割れ幅は 300 マイクロ×800mm = 0.24mm であると評価できる。

AA'線以外に、端部境界にも大きなひび割れが入ると思われる。そのひび割れ幅も同様に計算できるが、それについては本論文では省略する。

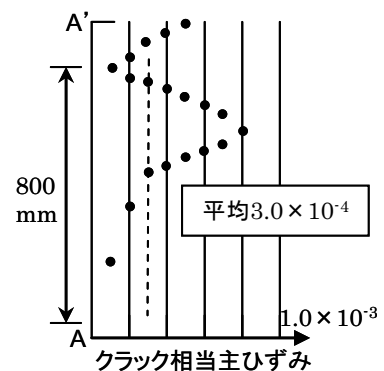


図-7 クラック相当主ひずみ、鉄筋応力およびひび割れパターン

図-8 A' A 線上のクラック相当主ひずみ

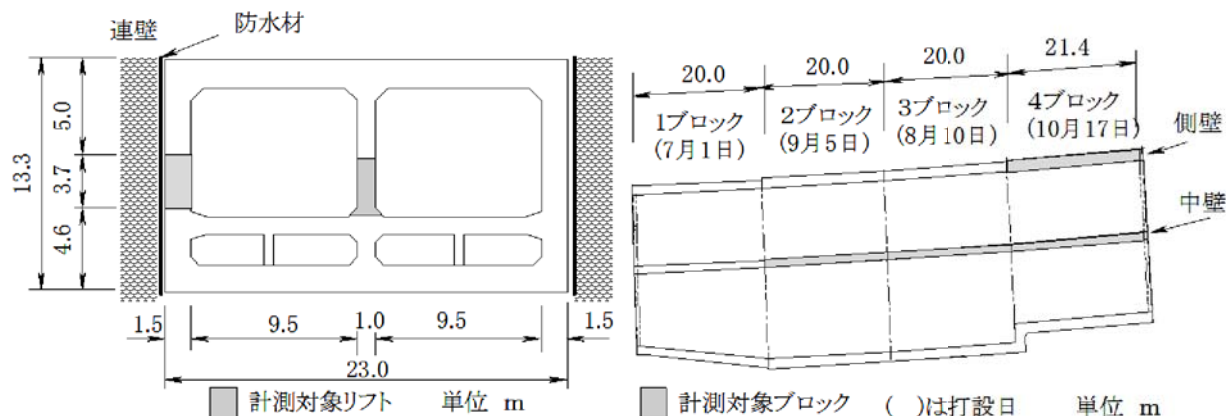


図-9 解析対象構造物概要

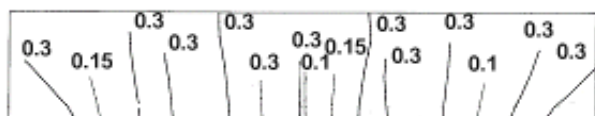


図-10 中壁のひび割れ発生状況

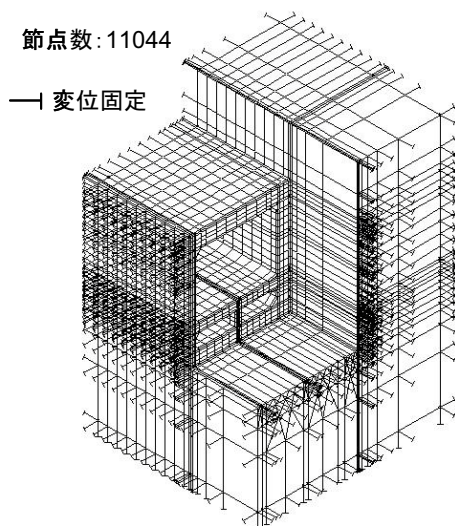


図-11 解析メッシュ

表-2 事例のひび割れ解析に用いた材料特性

材料特性	値もしくは式
熱伝導率	BB,L:2.7, 地盤:3.45W/m ² °C
比熱	BB,L:1.15, 地盤:0.79kJ/kg°C
密度	BB,L:2300, 地盤:2650 kg/m ³
断熱温度上昇量 $Q(t)$	BB: $Q(t) = 55.0 \cdot (1 - e^{-1.01t})$, L: $Q(t) = 36.7 \cdot (1 - e^{-0.69t})$ °C
熱伝達率	型枠存在時: 8 W/m ² °C 露出面: 14 W/m ² °C
圧縮強度 $f_c'(t)$	BB: $f_c'(t) = \frac{24t}{2.9 + 0.97t}$ N/mm ² L: $f_c'(t) = \frac{24t}{2.9 + 0.97t}$ N/mm ²
引張強度 $f_t(t)$	BB,L: $f_t(t) = 0.44\sqrt{f_c'}$ N/mm ²
ヤング係数 $E(t)$	BB,L: $E(t) = 4700\sqrt{f_c'}$ N/mm ² 地盤:126 N/mm ²
線膨張係数	コンクリート: $12 \times 10^{-6} 1/°C$ 鉄筋および地盤: $10 \times 10^{-6} 1/°C$
ひずみ軟化勾配を表す値	6.0×10^{-4}
他の値は表-1 と同一	

4.3 実構造物レベルにおけるひび割れ幅評価法の適用

ひび割れ制御指針³⁾に掲載されているひび割れ事例を基に、ひび割れ幅の評価を試みた。解析対象は図-9に示すカルバート構造物の4ブロックである。底床版および中壁には高炉B種セメント(BB)、それ以外には低発熱セメント(L)が使用されている。また、中壁には内側外側ともD19鉄筋が125mm間隔で、側壁には内側外側ともD22鉄筋が125mm間隔で配置されている。中壁打設後7日目に、中壁に図-10のようなひび割れが確認されている。一方、側壁には、ひび割れは生じていない。

この事例について、温度解析を実施した後、ひび割れ解析を実施した。解析モデルを図-11に示す。また、解析に用いた熱特性値および力学特性値を表-2に示す。

図-12に中壁部の長手方向コンクリート応力の経時

変化を示す。図-12には比較として逐次弾性解析解も示されている。実測では材齢5日程度で引張応力が低下している。ひび割れ解析ではその様相を大体捉えている。この事例では鉄筋拘束が卓越していると考えられるので、3.3節の考え方からひび割れ幅を評価する。この場合、算定されるひび割れ幅は無限小領域に分散して発生した単位長さあたりのひび割れ幅であり、一般的に称されるひび割れ幅ではない。したがって、この場合では、ひび割れ幅ではなくひび割れ幅濃度と呼ぶことが適切であるのかもしれない。図-13にひび割れ解析により得られた中壁打設後3ヶ月目におけるひび割れパターンを示す。ひび割れパターンから中壁中心部付近から端部1/4

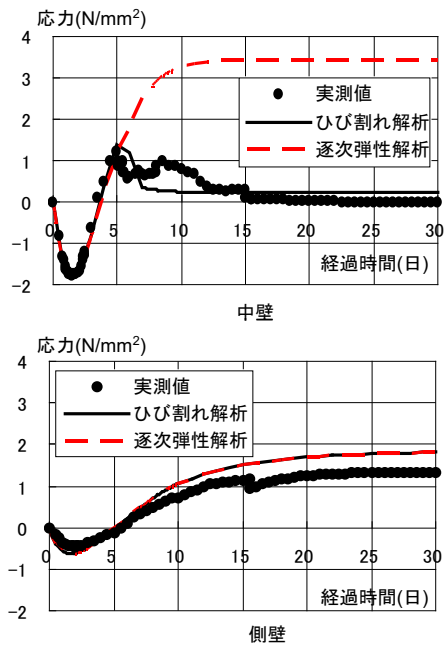


図-12 長手方向コンクリート応力の経時変化

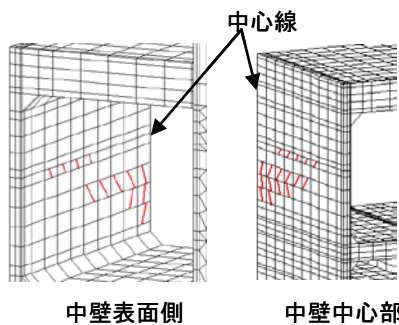


図-13 ひび割れパターン

地点付近まで高さ方向にひび割れが生じている。表面、内部にはほぼ同一パターンのひび割れとなっていることから、ひび割れは貫通していることが予想される。最後に、図-14に、中壁打設後3ヶ月目の中壁部での長手方向ひび割れ幅濃度分布および単位長さあたりの長手方向ひび割れ本数濃度分布を示す。ただし、付着喪失長さは200mmと仮定している。単位長さあたりのひび割れ本数濃度は、ひび割れ間隔の逆数として定義される。これらの図より、中壁部のひび割れは、全般的に鉄筋位置よりも壁中央部において大きく生じており、本研究で提案するひび割れ幅評価手法は鉄筋によるひび割れ幅の狭窄を表現できることが確認された。また、中心線(対称断面位置)付近ではひび割れ幅およびひび割れ本数は他の領域に比べ大きくなっている。図-10に示すひび割れの実測結果においても、同様の傾向を示していると思われる。本論文では、十分な数値検討がなされていないため、この結果から、明確な結論を導き出すことはできないが、鉄筋の影響を考慮したひび割れ幅を客観的な考

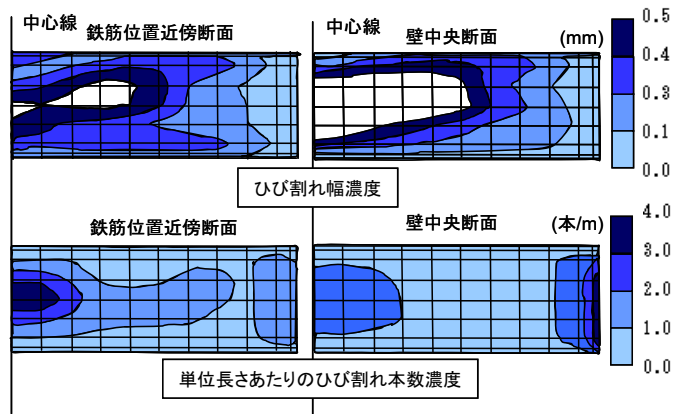


図-14 ひび割れ幅濃度および
単位長さあたりのひび割れ本数濃度分布

方で算定できることが示されたと思われる。今後、多くの事例を基に検証していく必要がある。

5. おわりに

本論文では分散ひび割れモデルからひび割れ幅を具体的に評価する手法の考え方を示した。その結果、今後検討を行っていけば、任意構造に対するひび割れ幅を客観的に評価できる可能性が示された。ひび割れ幅やひび割れ幅分布が解析的に計算されれば、その延長として鉄筋の腐食など耐久性に対する解析的な検討が実大モデルで可能となる。

本論文で提示した数値解析手法には多くの仮定を設けているが、これらの仮定は、さらに精査される必要がある。さらに解析事例を増やすなど、さらに検討を行いたいと考えている。

参考文献

- 1) 土木学会:土木学会コンクリート標準示方書「設計編」2007年度制定版, 2008.3.
- 2) 日本建築学会:鉄筋コンクリート造建築物の収縮ひび割れ制御指針・施工指針(案)・同解説, 2006.2.
- 3) 日本コンクリート工学協会:マスコンクリートのひび割れ制御指針, 2008.11.
- 4) 石田雅利ほか:分散ひび割れモデルを用いたRC部材の乾燥収縮ひび割れ幅評価法, 日本建築学会構造系論文集, No.610, pp.41-48, 2006.12.
- 5) 日本コンクリート工学協会:マスコンクリートの温度応力委員会報告書-温度応力ひび割れ幅算定方法についての提案-, 1992.9.
- 6) 日本コンクリート工学協会:マスコンクリートソフト作成委員会報告書-コンクリートの初期ひび割れおよびひび割れ進展の解析方法-, 2003.11.
- 7) 田辺忠顕編著:初期応力を考慮したRC構造物の非線形解析とプログラム, 技報堂出版, 2004.3.