# 論文　鉄道 RC ラーメン高架橋の衝撃係数に関する研究

渡辺　勉[*1]・曽我部　正道[*2]・原田　和洋[*3]

**要旨：**ビームスラブ式鉄道ラーメン高架橋は，最も一般的な構造形式であるが，列車荷重下での振動性状については，これまで十分な解明がなされていなかった。本研究では，数値解析により各部材ごとの衝撃係数を評価した。その結果，例えば列車速度 360km/h では，中間スラブ，張出スラブ，縦梁，横梁の衝撃係数は 0.20，0.48，　0.09，0.32 となること，ヤング係数のばらつきを考慮すると共振速度が 45～60km/h 程度ずれること，非構造部材の剛性を加味することは，構造物の剛性を実際よりも大きく評価することなどを明らかにした。また，ラーメン高架橋の衝撃係数の簡易算定法を提案し，数値解析結果が包含されることを示した。

**キーワード：**鉄道 RC ラーメン高架橋，衝撃係数，数値実験，高速列車

## 1. はじめに

鉄道構造物の設計は，安全性，使用性，耐疲労性，耐久性，復旧性，耐震性など様々な観点からなされる必要があるが，高速鉄道を実現しようとする場合，列車走行に伴う構造物の動的応答の増大が重要となってくる。

即ち，多数車両編成による列車は，振動系である構造物を規則的な周期で加振する，いわゆる「起振機」のようなものであり，列車の走行速度が増加して加振振動数が高架橋・橋梁の固有振動数に近づけば，共振が発生し，構造物への動的負荷が増大する。この種の問題は，「連行移動荷重による速度効果」と称され，理論研究，模型実験，実橋測定などが過去に多くなされてきた[1)~4)]。

速度効果による桁の動的応答を対象とした設計体系としては，速度パラメータを用いた手法が，1983 年制定の建造物設計標準（鉄筋コンクリート構造物及び無筋コンクリート構造物）から取り入れられた。この手法は，松浦[3)]による理論検討や，欧州鉄道連合による統計分析[4)]，石橋，長田[5)]による実測の結果などをベースにまとめられたものである。ここでは共振を許容しない設計，即ち桁の共振を避けるために，桁の剛性（固有振動数）に下限値を設けるという手法がとられてきた。

1992 年制定の鉄道構造物等設計標準・同解説（コンクリート構造物）[6),7)]からは，解説表を用いればある程度の共振を許容した設計が行えるように改訂された。しかし，列車の高速化や PRC 構造による低剛性桁の普及などにより[8)]，設計式の適用対象外となる事例が大半となり，また現地測定においても従来を上回る多数の共振が報告されるようになった[2)]。特に桁の低剛性化により列車速度 200km/h 台においても共振が測定されるようになった点が特徴的であり，非構造部材による設計以外の余裕度を考慮しても，適切な対応が必要と考えられるようになった。

このような背景から，2004 年制定の鉄道構造物等設計標準・同解説（コンクリート構造物，以下「'04 標準」と略す）[1)]では，数値解析や現地測定の結果を踏まえ，高速化に対応したコンクリート桁の動的応答に関する設計法としてノモグラムを用いた方法が提案された。

しかしながら，これらの設計手法は，いずれも単純桁の全体一次モードに着目したものであり，鉄道構造物で最も一般的な構造形式であるビームスラブ式ラーメン高架橋については，数値解析による現象解明や設計法の確立ともに必ずしも十分なレベルとは言えない状況にある。この背景としては，ラーメン高架橋が，不静定構造であること，高次モードの影響を受けること，様々な部材から構成されていること，移動荷重下での応答であること等から，理論式による一般化が困難であった点が挙げられる。

以上のような背景から，本研究では，代表的なビームスラブ式ラーメン高架橋（標準設計）の諸元を参考に下記の課題について検討することとした。

(1) 列車走行に伴うラーメン高架橋の動的応答（衝撃係数）に関する，部材の種類，非構造部材（路盤コンクリート）の剛性の寄与，速度依存性等の影響について，数値解析によりその基本性状を明らかにする。
(2) 列車走行に伴うラーメン高架橋の動的応答（衝撃係数）に関する，簡易算定法を提案する。

## 2. 解析方法

解析には，車両と鉄道構造物の動的相互作用解析プログラム DIASTARS（Dynamic Interaction Analysis for Shinkansen Train And Railway Structure）を用いた[9)]。

*1 財団法人鉄道総合技術研究所　鉄道力学研究部　研究員　工修　(正会員)
*2 財団法人鉄道総合技術研究所　鉄道力学研究部　主任研究員　工博　(正会員)
*3 財団法人鉄道総合技術研究所　構造物技術研究部　研究員　工修　(正会員)

### 2.1 高架橋の力学モデル

解析対象構造物は，全長 25m の 3 径間の RC ラーメン高架橋である。径間は 7.9m＋8.0m＋7.9m，柱は 1.1m×1.1m，柱高さは 10.0m，柱中心間隔は 5.6m，中間スラブの厚さは 0.25m, 高欄高さは 2m の RC ラーメン高架橋である。張出スラブは下り線側の張出長が 3.25m，上り線側が 2.75m であり，上下線で張出長が異なる。

**図－1** に解析対象とした RC ラーメン高架橋の力学モデルを示す。有限要素法によりモデル化し，中間スラブ，張出スラブ，高欄，縦梁及び横梁はシェル要素で，柱ははり要素でモデル化した。柱以下のフーチング，杭基礎及び地盤はモデル化せず，柱の下端に固定条件を設定した。隣接する調整桁及び軌道構造は直接モデル化せず，それぞれに対応する位置のシェル要素に重量を付加することによって考慮した。解析モデルのメッシュ刻みは 0.4m 程度で，総節点数は 2847 点，総要素数は 2732 要素である。列車は，スラブ上に定義された走行路の上を走行するものとなっている。モード減衰定数 ξ は全てのモードに対して 2%とした [2)]。

### 2.2 車両の力学モデル

**図－2** に車両の力学モデルを示す。車体，台車及び輪軸を剛体質点と仮定し，それらをばねとダンパーでリンクした三次元の力学モデルで，1 車両で 31 自由度を有する。列車は，この車両モデルを車端に設けたばねとダンパーで連結して構成する。今回の解析では，16 両編成として解析を行った。なお，車両の力学モデルの妥当性については，実橋における走行試験や実橋を模擬した車両試験台での試験により検証が行われている [2)]。

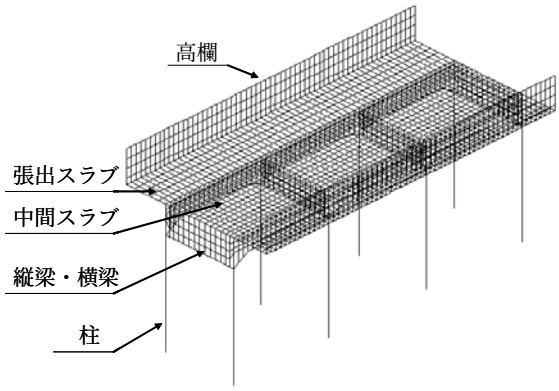
### 2.3 車輪とレール間の力学モデル

**図－3** に車輪とレール間の鉛直方向の力学モデルを，**図－4** に車輪とレール間の水平方向の力学モデルをそれぞれ示す。車輪とレールの鉛直方向相対変位 $\delta_z$ 及び水平方向相対変位 $\delta_y$ に対する接触点及び接触角は，車輪及びレールの幾何形状に基づき定めた接触関数から算出する。

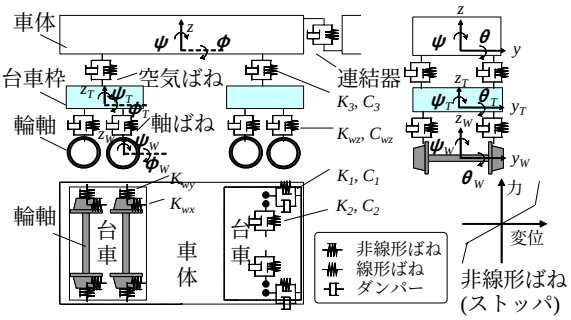
接触面の法線方向の車輪とレールの相対変位 $\delta$ と接触力との関数は，ヘルツの接触ばねにより表すことができる。この接触力の鉛直方向及び水平方向の分力を車輪及びレールにそれぞれ与えて相互作用力とする。車輪フランジとレールの接触は，両者の水平方向相対変位 $\delta_y$ により判定する。

### 2.4 数値解析法

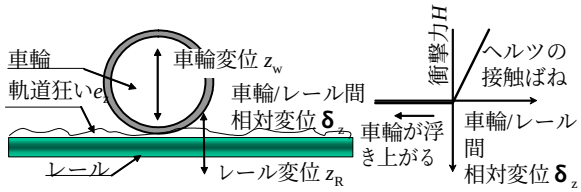
数値解析は，車両及び構造物に関する運動方程式をモーダル変換し，モーダル座標系での運動方程式を，*Newmark* の平均化速度法により時間増分 $\Delta t$ 単位に解いていく。



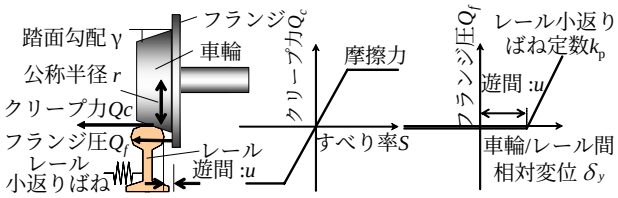

**図－1　高架橋の力学モデル**




**図－2　車両の力学モデル**




**図－3　車輪とレール間の鉛直方向の力学モデル**




**図－4　車輪とレール間の水平方向の力学モデル**

**表－1　解析ケース**

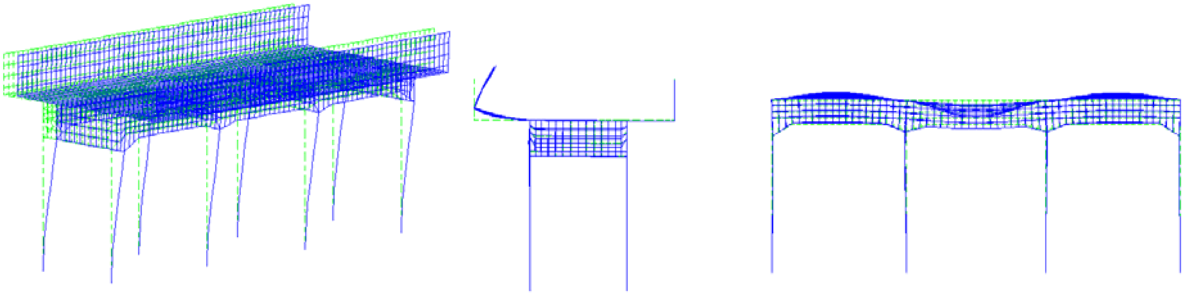
| CASE | 非構造部材の剛性 | ヤング係数 (kN/m$^2$) | 列車速度 (km/h) |
|---|---|---|---|
| 1 | 非考慮 | 2.65×10$^7$ | 50<br>100～400 |
| 2 | 考慮 | 2.65×10$^7$ | |
| 3 | 非考慮 | 3.98×10$^7$ | |
| 4 | 非考慮 | 1.85×10$^7$ | |

### 2.5 解析ケース

**表－1** に解析ケースを示す。解析パラメータとしては，固有振動測定に関する現地測定結果の実情を踏まえ [2),10)]，非構造部材の剛性，ヤング係数，列車速度を設定した。ここで，路盤コンクリートなどの非構造部材については，実際の構造物の応答および固有振動数に影響を与えることが知られている。このため，非構造部材（路盤コンクリート）の剛性の影響を考慮したモデルを CASE2 として設定した。また，ヤング係数については，骨材の種類や品質の程度及び地域によって大きく変動すること

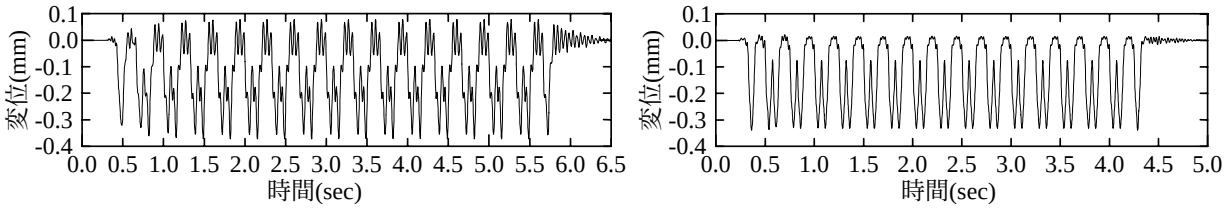
**表－2　固有値解析結果**

| 振動形態（1 次モード） | 固有振動数(Hz) | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | CASE1 | CASE2 | CASE3 | CASE4 | 計測結果 | 簡易算定法 |
| 全体：線路方向 | 3 | 3 | 3 | 2 | 3 | － |
| 全体：線路直角方向 | 3 | 3 | 4 | 2 | 3 | － |
| 全体：ねじれ | 9 | 9 | 11 | 7 | － | － |
| 張出スラブ（下り線） | 9 | 14 | 11 | 7 | 11 | 11 |
| 中間スラブ | 21 | 52 | 26 | 18 | 21 | 21 |
| 縦梁 | 22 | 29 | 27 | 19 | 30 | 30 |
| 横梁 | 35 | 58 | 42 | 29 | 45 | 40 |



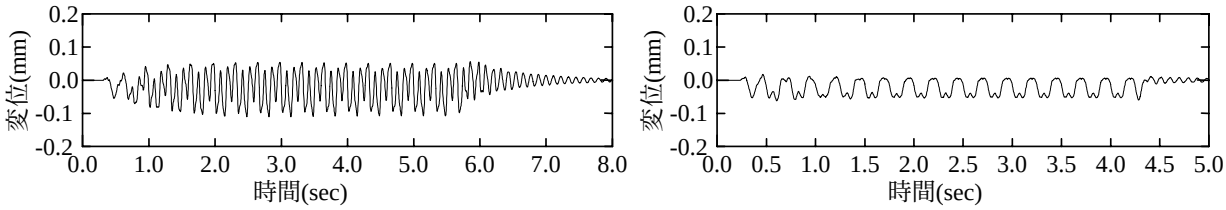
**(a)　全体 1 次モード（線路直角方向）　(b)　張出スラブ 1 次　(c)　中間スラブ 1 次　※高欄は非表示**

**図－5　振動モード（CASE1）**




**(a)　列車速度 270km/h　　(b)　列車速度 360km/h**

**図－6　中間スラブの鉛直変位の時刻歴波形**




**(a)　列車速度 270km/h　　(b)　列車速度 360km/h**

**図－7　張出スラブの鉛直変位の時刻歴波形**

が知られている。設計で用いられるヤング係数 [1)]に比べるとかなり硬いあるいは柔らかい材料定数の設定となるが，基本ケースのヤング係数を 1.5 倍及び 0.7 倍にしたものを CASE3 及び CASE4 として設定した。

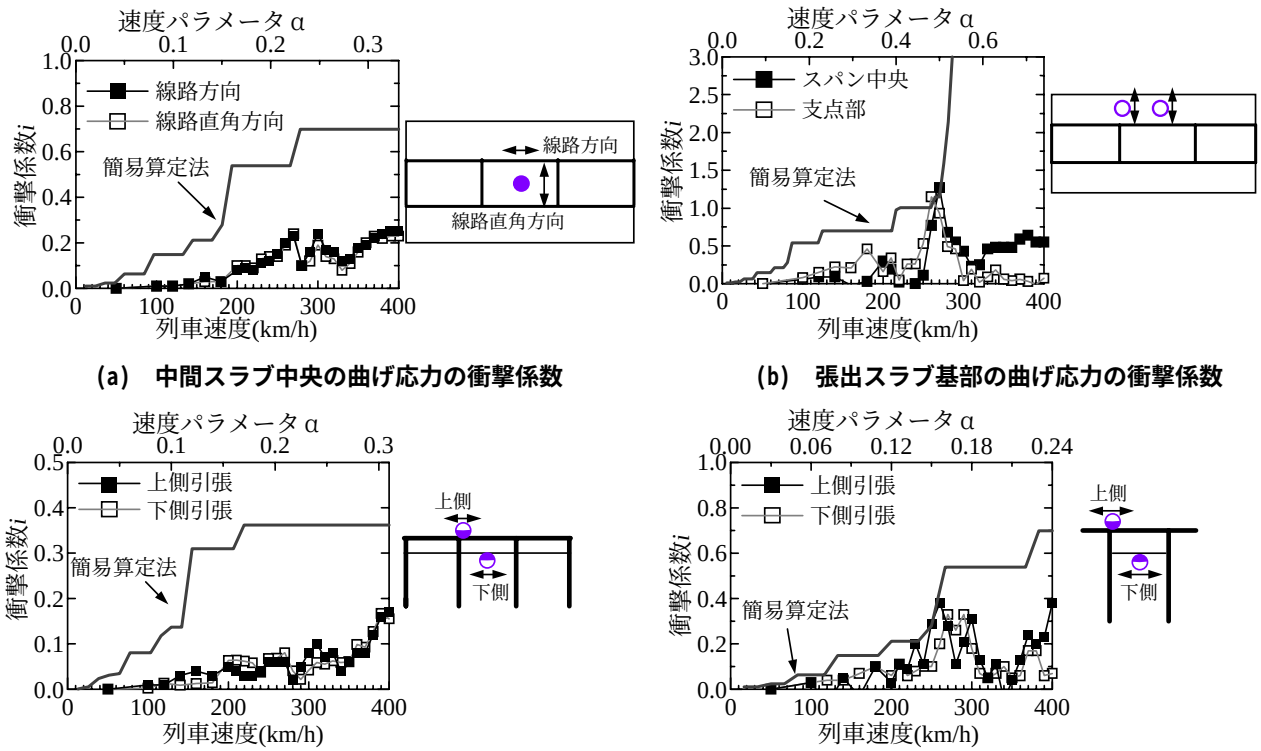
## 3. 解析結果

### 3.1 固有値解析結果

**表－2** に主要な振動形態と固有振動数を示す。**図－5** に CASE1 における主要な振動モードを示す。**表－2** には，本解析で対象とした構造物に対して，部材振動性状の簡易同定法 [10)]を用いて行った計測結果についても併せて示した。また CASE1 に関しては，対応する簡易算定法による値を示したが，これについては後述する。

**表－2** より，実際に高架橋が施工された場合の，各パラメータによる固有振動数のばらつきを把握することができる。まず，全体振動モードに関しては，各 CASE および計測結果に大きな違いはないことがわかる。非構造部材の剛性を考慮すると部材の固有振動数が増加した（例えば，中間スラブでは CASE1 で 21Hz が CASE2 で 52Hz）。ヤング係数が増減すると，部材の固有振動数も増減した（例えば，中間スラブでは CASE1 で 21Hz が，CASE3 で 26Hz に増加，CASE4 で 18Hz に減少）。

また，計測結果と CASE1 を比較すると，中間スラブは概ね一致している（両方とも 21Hz）が，張出スラブ（計




(a)　中間スラブ中央の曲げ応力の衝撃係数

(b)　張出スラブ基部の曲げ応力の衝撃係数

(c)　縦梁の曲げ応力の衝撃係数

(d)　横梁の曲げ応力の衝撃係数

**図－8　列車速度が各部材の応力の衝撃係数に及ぼす影響　(CASE1)**

測 11Hz，解析 9Hz)，縦梁（計測 30Hz，解析 22Hz）および横梁（計測 45Hz，解析 35Hz）は計測結果に比べて固有振動数が小さくなった。一方，計測結果と CASE2 を比較すると，縦梁では概ね一致している（計測 30Hz，解析 29Hz）が，張出スラブ（計測 11Hz，解析 14Hz），中間スラブ（計測 21Hz，解析 52Hz）および横梁（計測 45Hz，解析 58Hz）は計測結果に比べて固有振動数が大きくなった。このように，非構造部材の剛性を考慮することは，中間スラブでは剛性を大きく評価すること，縦梁では剛性の概ね適切な評価を与えることがわかる。また，張出スラブおよび横梁については，実際の構造物は CASE1 と CASE2 の中間の状態であると推察される。

### 3.2 時刻歴応答解析結果

**図－6** および**図－7** に列車走行時の時刻歴応答波形の例として，CASE1 における中間スラブおよび張出スラブ先端の変位応答波形をそれぞれ示す。いずれの波形も連結器を挟む 2 台車により最大応答を生じていることがわかる。また，**図－6** および**図－7** の列車速度 270km/h では，共振増幅傾向を読み取ることができる。特に**図－7** の列車速度 270km/h では，360km/h で変位振幅が片振りであるのに対して，両振りの挙動となっていることがわかる。

### 3.3 衝撃係数算定結果

**図－8** に列車速度が各部材の曲げ応力の衝撃係数に及ぼす影響をそれぞれ示す。衝撃係数は動的応答の静的応答に対する増加割合である。構造物の設計では，列車荷重に式(1)で定義される衝撃係数を乗じることにより，動的応答を静的応答に置換するのが一般的である [1)]。

$$i = \frac{S_d - S_s}{S_s} \tag{1}$$

ここに，$i$ は衝撃係数，$S_d$ は動的な応力の最大値，$S_s$ は静的な応力の最大値である。なお静的な値としては列車速度 50km/h の応答を用いた。

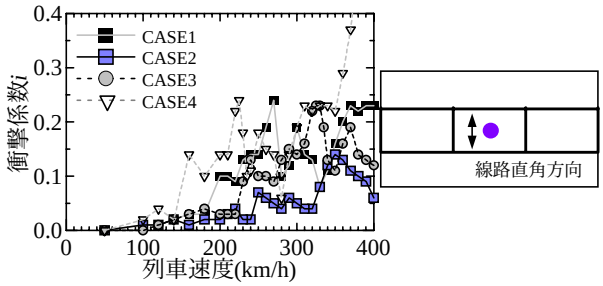
図中には簡易算定式と速度パラメータを併記しているがこれについては後述する。

図より，中間スラブは列車速度 270km/h，300km/h 付近で，張出スラブは列車速度 270km/h で，縦梁は 390km/h 付近で，横梁は 290km/h 付近で共振ピークを生じている。

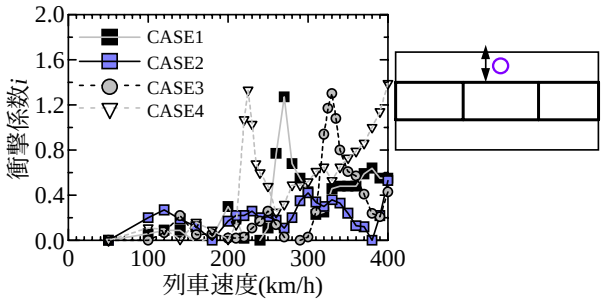
連行移動荷重による共振ピークは，列車速度 $V$ が式(2)となる場合に生じる。

$$V = f \cdot L_v \tag{2}$$

ここに，$f$ は固有振動数，$L_v$ は車両長である。また，この 1/2 速度，1/3 速度，1/n 速度（n は整数）においても 1 次固有振動モードに対する 2 次共振，3 次共振，n 次共振が生じる。この中で，中間スラブ（固有振動数は 21Hz）の共振速度は，1890，945，630，472.5，378，315，270km/h となり，7 次共振であると推定される。また，張出スラブ（固有振動数は 9Hz）の共振速度は，810，405，270km/h となり，3 次共振であると推定される。その他の部材のピークについては，説明が困難である。これについては，




(a)　中間スラブの衝撃係数




(b)　張出スラブの衝撃係数

**図－9　各部材の曲げ応力の衝撃係数の各ケースの比較**

断面力が複数のモードに支配されるために，共振増幅が分散されるためであると考えられる。このため，明確なピークも現れにくくなっている[11]。

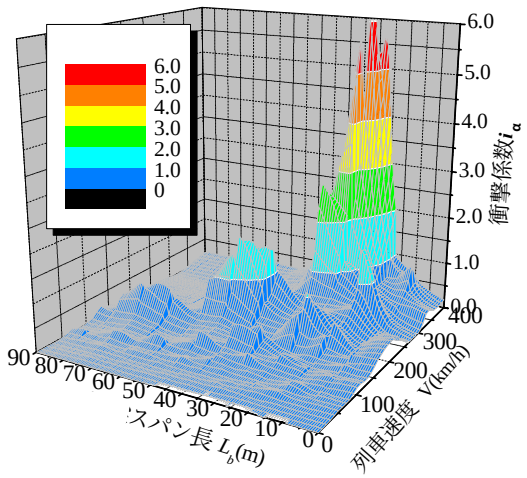
衝撃係数の値は，各部材によって異なっている。列車速度 270km/h で評価した場合, 張出スラブ, 中間スラブ, 縦梁，横梁の衝撃係数はそれぞれ 1.27，0.24，0.08，0.33 となる。また，列車速度 360km/h で評価した場合，張出スラブ，中間スラブ，縦梁，横梁の衝撃係数はそれぞれ 0.48，0.20，0.09，0.32 となる。

**図－9** に各ケースでの高架橋各部材の曲げ応力の衝撃係数を，中間スラブおよび張出スラブを例としてそれぞれ示す。中間スラブについては，CASE1 で 270km/h にピークが見られるが，CASE3 では 325km/h，CASE4 では 225km/h にピークがシフトしており，ヤング係数の違いによる固有振動数の変化によるものであると説明できる。張出スラブについても同様に，CASE1 で 270km/h にピークが見られるが，CASE3 では 330km/h，CASE4 では 225km/h にピークがシフトしている。一方，CASE2 については，非構造部材の剛性を考慮することによる固有振動数の増加から，今回解析対象とした列車速度の範囲ではピークが見られなくなった。

## 4. 衝撃係数の簡易算定法の検討

### 4.1 衝撃係数の簡易算定法

ラーメン高架橋の衝撃係数を検討する場合には，動的応答解析等により求めるのが最も精度が高く，効率的であると考えられるが，一方で，簡易な計算法に対するニーズも高い。そこで単純梁の衝撃係数算定法を拡張する




**図－10　列車速度 $V$ とスパン長 $L_b$ が単純桁の衝撃係数に及ぼす影響**

形でラーメン高架橋の衝撃係数の簡易計算法について検討することとした。

**図－10** に列車速度 $V$ とスパン長 $L_b$ が単純桁の衝撃係数に及ぼす影響を示す。衝撃係数は，列車速度 $V$，橋梁固有振動数 $f$，スパン長 $L_b$，車両長 $L_v$ とから求めることができるが，'04 標準では，衝撃係数を式(3)に示す無次元化速度パラメータ α , 及び無次元化スパン $L_b/L_v$ とから求める手法を用いている。

$$\alpha = \frac{V}{2f \cdot L_b} \tag{3}$$

まず，固有振動数の算定に関しては，筆者らが提案した推定法を用いた[10]。ここでは，土木学会の構造力学公式集で提案された式を部材毎に使い分けている。式(4)に片持ち梁，式(5)に単純梁，式(6)に両端固定梁の固有振動数算定式を示す。

$$f = \frac{1}{2\pi\lambda^2}\sqrt{\frac{3EI \cdot g}{\rho A(\mu + 0.23)}} \tag{4}$$

$$f = \frac{1}{2\pi\lambda^2}\sqrt{\frac{48EI \cdot g}{\rho A(\mu + 0.49)}} \tag{5}$$

$$f = \frac{1}{2\pi\lambda^2}\sqrt{\frac{192EI \cdot g}{\rho A(\mu + 0.38)}} \tag{6}$$

ここに，$\lambda$ は固有振動数算定のための部材長さ(m)，$E$ は部材のヤング係数(kN/m$^2$)，$I$ は部材の曲げ剛性，$A$ は部材の断面積(m$^2$)，$g$ は重力加速度(m/s$^2$)，$\rho$ は部材の単位重量(kN/m$^3$)，$\mu = m/\rho A\lambda$，m は集中質量(kN)を示す。

式(7)に四辺単純支持及び固定支持スラブの固有振動数算定式を示す。

$$f = k\frac{\pi}{2a^2}\sqrt{\frac{D \cdot g}{\rho \cdot h}} \tag{7}$$

ここに，$k(=b/a)$ は長辺・短辺比率で支持条件に基づく係数，$a$ は短辺長さ（m），$b$ は長辺長さ(m)，$D$ は部材の曲げ剛性（kN･m$^2$），$h$ は部材厚（m）を示す。

次に，前述の算定式を用いる際の部材のスパン長 $L_b$ のとり方は，ラーメン構造では単純桁と比べて構造がより複雑となるため，**図－1** に示す解析モデルに単位荷重を載荷したときの各部材の曲げ応力に関する影響線により決定することとした。**図－11** に各部材の影響線を示す。着目位置は中央スパンとした（横梁は柱２の位置）。各部材とも柱軸線間スパン長よりも基線長さが大きくなっていることがわかる。したがって，部材のスパン長 $L_b$ は，柱軸線間スパン長とすればよいが，中間スラブおよび張出スラブについては，共振しやすい低い固有振動数となる傾向にあるため，安全側の判断として，柱軸線間縦梁スパン長の 80%とすることを提案した。

### 4.2 衝撃係数の簡易算定法と解析結果の比較

**表－2** に前節で算出した固有振動数を，**図－8** に前節で提案した衝撃係数をそれぞれ示した。提案した簡易算定法は，固有振動数については有限要素法による解析結果や実測結果を概ね安全側に包含（固有振動数を同程度か低く算定）していることがわかる。また，提案した簡易算定法は，衝撃係数については有限要素法による解析結果を概ね安全側に算定していることがわかる。

## 5. 結論

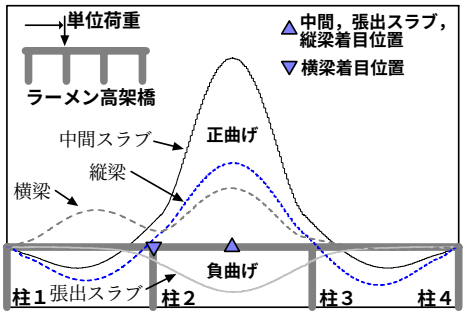
列車走行に伴うラーメン高架橋の動的応答（衝撃係数）に関して，各種パラメータに着目して解析を行った結果，以下のことが判明した。

(1) 部材の種類により衝撃係数は異なる。例えば，列車速度 360km/h で評価した場合，張出スラブ，中間スラブ，縦梁，横梁の衝撃係数はそれぞれ 0.48，0.20，0.09，0.32 であった。これは部材を支配する振動モードに依存していると考えられているが，中間スラブは 1 次固有振動モードに対する 7 次共振，張出スラブは 1 次固有振動モードに対する 3 次共振が支配的であった。縦梁および横梁については，支配振動モードを明確に説明するのは困難であった。

(2) ヤング係数をパラメータとし場合，共振速度のピークが変化した。共振速度の変化に換算すると，ヤング係数 1.5 倍で 55～60km/h 程度の差，ヤング係数 0.7 倍で 45km/h 程度の差であった。

(3) 非構造部材の剛性を考慮した場合，例えば中間スラブでは，考慮しないケースに比べて固有振動数が約 2.5 倍（21Hz→52Hz）に増加した。また，計測結果と比べても大きく評価（計測 21Hz，解析 52Hz）することがわかった。

(4) 単純梁の衝撃係数算定法を拡張し，ラーメン高架橋の衝撃係数に関する簡易計算法を提案した。部材のスパン長 $L_b$ のとり方は，安全側の評価となるように，中間スラブおよび張出スラブについては柱軸線間縦梁スパン長の 80%とした。




**図－11　単位荷重載荷時の各部材の影響線**

### 参考文献


1) 鉄道総合技術研究所：鉄道構造物等設計標準・同解説－コンクリート構造物－，丸善，2004
2) 曽我部正道，松本信之，藤野陽三，涌井一，金森真，宮本雅章：共振領域におけるコンクリート鉄道橋の動的設計法に関する研究，土木学会論文集，No.724/I-62，pp.83-102，2003
3) 松浦章夫：高速鉄道における橋桁の動的応答に関する研究，鉄道技術研究報告，No.1074, 1978
4) ORE：Question D23,Determination of dynamic forces in bridges, Report No.15,1966.
5) 石橋忠良，長田晴道：コンクリート橋の衝撃係数（新幹線），構造物設計資料，No.68, pp.3-7，1981
6) 鉄道総合技術研究所：鉄道構造物等設計標準・同解説－コンクリート構造物，丸善，1992
7) 涌井一，松本信之，渡辺忠朋：コンクリート鉄道橋の設計衝撃係数, 鉄道総研報告, Vol.2, No.9, pp.16-23, 1988
8) 宮崎修輔，北川隆，金森真：北陸新幹線 PRC 桁の設計，プレストレストコンクリート，Vol.34，No.6，pp.51-58，1992
9) 涌井一，松本信之，松浦章夫，田辺誠：鉄道車両と線路構造物との連成応答解析法に関する研究，土木学会論文集，No.513/Ⅰ-31，pp.129-138，1995
10) 原田和洋，杉崎光一，貝戸清之，曽我部正道：鉄道橋の動的応答における部材振動性状の簡易同定法，コンクリート工学年次論文集，Vol. 30，No. 3，2008
11) 曽我部正道，松本信之，金森　真，涌井　一：PC エクストラドーズド橋の衝撃係数・列車走行性解析とその可視化，鉄道力学論文集，Vol.10，pp.25-30，2006
12) 鉄道総合技術研究所：鉄道構造物等設計標準・同解説－変位制限－，丸善，2006