

論文 モルタルのメゾレベル RBSM 解析における構成則の再評価

大岩 祐司*1・佐藤 靖彦*2

要旨: 本研究において、モルタルのメゾスケール RBSM 解析における構成則の再評価を行った。各構成則の感度解析を行い、実験結果と解析結果との比較から、ランダムな形状を持つ要素を使用した場合におけるメゾスケール RBSM 解析の要素構成則を提案した。提案した構成則を使用した曲げ、圧縮試験解析は実験結果を定量的に表現することができる。

キーワード: RBSM, モルタル, 引張軟化曲線, メゾスケール解析, ランダムメッシュ

1. はじめに

剛体バネモデル (以下, RBSM) は川井ら¹⁾により開発された離散解析手法のひとつである。

これまでに RBSM を用いた脆性材料の破壊シミュレーションが多くの研究者によって行われてきた。斉藤ら²⁾は, RBSM のコンクリート構造への適用性を飛躍的に向上させ, 現在は, 耐久性との連成問題などの新たな試みがなされている³⁾。その中であって著者らは, 粗骨材の存在が大きな影響を及ぼす凍結融解や乾燥収縮による劣化を考える上で, 粗骨材とモルタル部どちらをもモデル化することができるメゾスケール解析の有用性を強く認識している。

長井ら⁴⁾は, 斉藤らの成果をベースに, 骨材界面やモルタル脆弱部におけるひび割れ発生, ひび割れ近傍における応力集中に伴う応力再分配, 骨材間のモルタル内のひび割れの進展メカニズムを定性的に再現することに成功している。しかし, 定量的な評価を行うまでには至っておらず, 構成引張軟化挙動など, 必ずしも実現象を正確に表しているとは言えない。言い換えれば, メゾレベルでの破壊を論ずる上で必要となる要素の構成則 (メゾレベル構成則) と実験で得られているマクロなレベルでの材料構成則との関係がきちんと整理されていない。加えて, 要素の形状が破壊の進展に影響を及ぼさないように要素分割に Voronoi 分割を用い要素の形状にランダム性を与えていることの解析結果に及ぼす影響が検討されていない。

そこで, 本研究では長井らが開発した構成モデルを基本とし, ランダムな形状を有する要素を使用した場合において, モルタルの引張破壊挙動, 曲げ破壊挙動, 圧縮破壊挙動を定量的に再現できる, 2 次元 RBSM 用のメゾレベル構成モデルを再評価した。

なお, この論文におけるメゾレベルとは, 1 から 5mm 程度の平均化領域を言う。

2. 基本となる構成モデル

本研究において長井らの開発した構成モデル⁴⁾を基本とし, より実現象を正確に表現しうる構成モデルの検討を行う。長井らによって開発された構成モデルにおいて, 破壊は連結バネの構成則と要素に入力する引張強度分布, すなわち, バネの引張強度を乱数を用いてランダムに与えることによって表現される。各要素の重心は, 鉛直, 水平, 回転方向に対する 3 つの自由度を持つが, 長井らは, 回転バネを用いず, 要素の境界面に直方向とせん断方向の 2 つのバネを用意している。よってこの 2 方向のバネに構成則が必要となる。

ひび割れは, 要素の境界面にそって発生するため, 要素形状が破壊の進展方向に影響を及ぼす。これを避けるため, 要素分割には Voronoi 分割を用い, 母点の配置をランダムにすることで要素の形状にランダム性を与えている。ここでは, まず, 長井らによって開発された構成モデルについて説明する。

2.1 連結バネの構成則

長井らは, マクロなレベルにおける弾性係数とポアソン比とメゾレベルにおける弾性係数とポアソン比との関係を定めた。以下にその関係式を示す。

$$v_{elem} = 5.0v^3 - 7.3v^2 + 4.2v \quad (1)$$

$$E_{elem} = \alpha E \quad (2)$$

$$\alpha = -0.56v_{elem}^3 - 0.37v_{elem}^2 + 0.07v_{elem} + 1$$

ここに, E , v はマクロな弾性係数とポアソン比, E_{elem} , v_{elem} は要素の弾性係数とポアソン比である。垂直バネおよびせん断バネは, 引張強度またはせん断応力基準 (τ_{max} 基準) に達するまで弾性としている。垂直バネの応力-ひずみ関係を図-1 に示す。圧縮に対しては, 完全弾性を仮定している。これはマクロなレベルでの圧縮破壊は, メゾレベルでの引張破壊とせん断破壊により表されると考えていることによる。

*1 北海道大学大学院 工学研究科 環境創生工学専攻 工修 (正会員)

*2 北海道大学大学院 工学研究科 環境創生工学専攻 准教授 工博 (正会員)

引張応力下では、垂直バネが引張強度 ft_{elem} に達したときバネは破壊し、その後ひび割れ幅に対して線形の軟化挙動を持つ (図-1)。最大ひび割れ幅は 0.03mm である。なお、除荷・再載荷経路は原点と結ぶ直線としている。

せん断バネの応力-ひずみ関係に関しては、垂直バネが未破壊の場合は、図-2 に示す弾塑性挙動となる。一方、最大せん断応力 (τ_{max}) は式 (3) に示す様に垂直バネの状態によって定められる。垂直バネ破壊後は、垂直バネのひび割れ幅の最大ひび割れ幅に対する割合と同程度 τ_{max} も低減させている。なお、 γ はせん断変位である。

$$\tau_{max} = \pm(0.11ft_{elem}^{3.0}(-\sigma + ft_{elem})^{0.6} + ft_{elem}) \quad (3)$$

$$(\sigma \leq ft_{elem})$$

2.2 要素の引張強度分布

モルタルやコンクリートは非均質な材料である。長井らはモルタルの非均質性を表現するため、要素の引張強度に分布を与えている。要素の引張強度分布には式 (4) により表される正規分布を仮定している。また、要素の弾性係数も要素の引張強度の分布と同様に正規分布を仮定している。ここに、 ft_{elem} は要素の引張強度、 $ft_{average}$ は要素の平均引張強度である。

$$f(ft_{elem}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(ft_{elem}-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (4)$$

$$\mu = ft_{average}, \quad \sigma = -0.2ft_{average} + 1.5$$

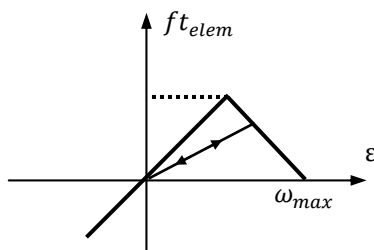


図-1 垂直バネモデル⁴⁾

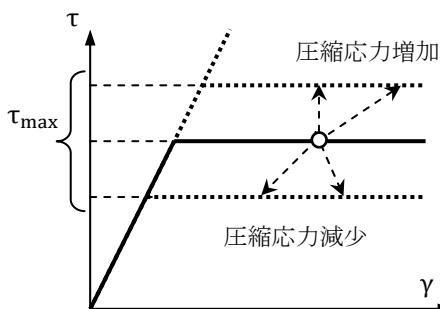


図-2 せん断バネモデル⁴⁾

3. 構成モデルの再評価の考え方

前章で述べたように、長井らが開発した構成則は以下の4つである。

- (a) 垂直バネの圧縮側の構成則
- (b) 垂直バネの引張側の構成則
- (c) せん断バネの構成則
- (d) 要素の引張強度分布

メゾレベルの各構成則は、マクロな応答に影響を及ぼし合う。それゆえ、構成則を再評価する場合、それぞれの構成則が解析結果にどのような影響を及ぼすのか (解析結果に対する感度) を事前に把握しておく必要がある。そこで、図-3 に示す引張供試体、曲げ供試体、圧縮供試体を用意し、長井らが開発したモデルを用いて感度解析を行った。その結果、引張試験および曲げ試験によりメゾレベルの引張構成則の妥当性を論じることができること、また、圧縮試験によりせん断バネ構成則と強度のばらつきの与え方、垂直バネの圧縮側の構成則を論じることができることが明らかとなった (表-1 参照)。そこで、以下の流れで構成則の再評価を行う。

- [1] 引張試験解析を行い、引張軟化曲線を実験結果と比較することによってメゾレベルにおける要素の引張構成則を同定する。
- [2] 引張試験解析から得られたメゾレベルにおける引張軟化曲線を使用し、曲げ試験解析結果を実験結果と比較する。
- [3] 引張試験と曲げ試験の結果から圧縮試験を行い、せん断バネの構成則、要素の圧縮構成則、要素の引張強度分布について検討する。

表-1 各パラメータの影響度

	各パラメータの影響度			
	引張 ¹	圧縮 ²	せん断 ³	ばらつき ⁴
引張試験	◎	△	△	△
圧縮試験	○	○	◎	◎
曲げ試験	◎	△	△	△

- 1: 垂直バネの引張側の構成則
 - 2: 垂直バネの圧縮側の構成則
 - 3: せん断バネの構成則
 - 4: 要素の引張強度のバラツキ
- ◎: 特に強い影響あり ○: 影響あり
△: あまり影響はない

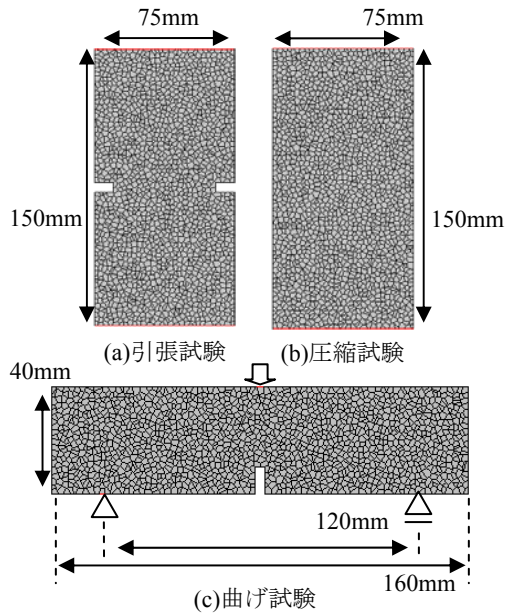


図-3 解析供試体

ここで用意した解析供試体は、既往の実験⁶⁷⁾に用いられたモルタル供試体をモデル化したものである。これらの解析供試体は、以降の構成則の再評価の際にも使用する。供試体の詳細に関しては後述する。

4. 引張試験解析

コンクリートやモルタル供試体において、純引張試験を行うことは困難である。それゆえ、マクロな引張軟化曲線は3点曲げ試験の結果から求めるのが一般的である。しかし、解析的には純引張試験から引張軟化曲線を求めることは容易に可能である。ここではEL-Sayedら⁵⁾によって3点曲げ試験より求められたモルタルのマクロな引張軟化曲線と純引張試験解析から求めたマクロな引張軟化曲線との比較することでメゾレベルの引張構成則を検討した。

4.1 比較対象とした実験

EL-Sayedらはコンクリートの引張軟化曲線とともにモルタルの引張軟化曲線を示している。引張強度は割裂試験から測定している。また、100mm x 100mm x 430mmのモルタル供試体において、RILEM法による3点曲げ試験から破壊エネルギーと最大ひび割れ幅を測定し、引張軟化曲線を求めている。その値はそれぞれ引張強度3.55MPa、破壊エネルギー58N/m、最大ひび割れ幅174 μ mである。

4.2 解析概要

解析に用いたモルタル供試体は図-3(a)のとおりである。供試体中央の両サイドに深さ10mm、幅4mmの切り欠きを入れた。Voronoi分割による総要素数は約2000個である。境界条件として上面に変位制御で鉛直上方向へ強制変位を与え、上面の横方向、下面の横方向および

垂直方向は固定した。

4.3 解析結果

(1) 引張軟化曲線

要素に導入すべき引張軟化曲線を同定するため、ここでは要素の引張強度に分布を与えず、EL-Sayedらの実験データの引張強度とほぼ同じである3.48MPaをすべてのバネに一様に入力した。

図-4に要素に導入した引張軟化曲線を、図-5に解析結果から得られたマクロな引張軟化曲線を示す。要素に実験から求めた引張軟化曲線をそのまま入力したケースの引張軟化曲線は、長井らのモデルよりも実際の引張軟化曲線に近づいたものの、軟化勾配が変化する点の応力とひび割れ幅は、実際の引張軟化曲線よりもどちらも2倍程度大きくなっている。また破壊エネルギーについても実験データと同様に58N/mを要素に導入したが、解析ではその約2倍の101N/mとなっていた。J.Thomure⁷⁾らはひび割れ面の面積と基準となるひび割れ面の投影面積とを等しくすることで、このようなランダムメッシュによってひび割れ面がまっすぐにならないために破壊エネルギーを過大評価してしまうことを防いでいる。しかし、ひび割れがどの面に入るか不明な場合にはこの方法は使用することができない。

そこで、要素に入力する引張軟化曲線を図-4中に修正引張軟化曲線として示したモデルとした。軟化勾配が変化する点の応力とひび割れ幅は、実際の引張軟化曲線よりもどちらも2倍程度大きくなっていたため、軟化勾配の変化点の応力とひび割れ幅をEL-Sayedら実験データの2分の1とした。結果的に、破壊エネルギーはEL-Sayedらの実験データの2分の1である29N/mとなる。なお、原点と結ぶ直線を除荷・再載荷経路とした。

図-5の修正した引張軟化モデルと実験の引張軟化曲線を比較すると2つの曲線はほぼ一致している。つまり、ランダムメッシュを要素に使用した際のメゾレベルの引張構成則はマクロな引張軟化曲線の軟化勾配の変化点の応力とひび割れ幅を2分の1にすることで妥当に表現できると考えられる。本研究ではこのモデルを引張構成則として採用し、検討を進める。

(2) 引張強度分布の影響

修正した引張構成則に対して引張強度分布の有無の影響について検討する。

図-6に要素の引張強度に式(4)の分布を与えた際の引張軟化曲線を示す。要素の引張強度に分布を与えた際は引張軟化曲線を無次元化して要素に入力した。なお、解析供試体は図-3(a)と同様である。

図-6より、要素の引張強度に分布を与えた引張強度は、分布を与えていないものと同程度であり、引張軟化曲線もほぼ等しいことが明らかである。引張強度分

布が有る場合においても修正した引張構成則を使用することができることが示された。

破壊面は、破壊に費やされるエネルギーが最小となる断面に生じるものと考えられる。純引張解析では、解析領域にランダムに存在する低い強度を有するバネの破壊が連結し破壊面が複雑な形状となってしまうことよりも、ひび割れがより直線的になる場合（引張力の方向に対してより垂直になる場合）の方がエネルギーが小さくなるために引張強度のばらつきの影響が現れないものと思われる。

(3) 要素分割程度の影響

修正した引張構成則に対して要素分割程度の影響について検討する。

修正した引張軟化曲線を使用し、要素の引張強度分布を与えない場合において、要素の平均長さが 1.5mm, 2.0mm, 3.5mm, 5.0mm の 4 ケースで引張軟化曲線を比較した。ここで言う要素の平均長さとは解析供試体の面積を要素個数で除した面積を要素の平均面積とし、平均面積と同面積の正方形の 1 辺の長さである。

図-7 に要素サイズが 1.5mm の場合と 5.0mm の場合の計算結果から得られた引張軟化曲線を示す。4 ケースすべてはほぼ同じ軟化曲線が得られたため、その他のケースは省略した。要素のサイズが変わっても引張軟化曲線はほぼ同様であるため、要素の分割程度が変化しても修正したモデルを使用できることが示された。図-9 にひび割れ図を示す。

(4) ランダムメッシュによる影響

修正した引張構成則に対してランダムメッシュの影響について検討する。

本研究では要素分割にランダムな形状を与えている。つまり、要素分割するたびに違う要素の形状となる。同じ平均長さ 2.0mm において、3 つの要素分割において結果を比較した。

図-8 に計算結果、図-10 に 2 つのケースについてのひび割れ図を示す。得られた引張軟化曲線は 3 ケースともほとんど同じである。また、ひび割れ図を見ると、要素分割が異なるためにひび割れの発生場所は異なっているが、どちらのケースも 1 本のひび割れが入っている。つまり、要素分割が異なっても、修正したモデルを使用できることが示された。

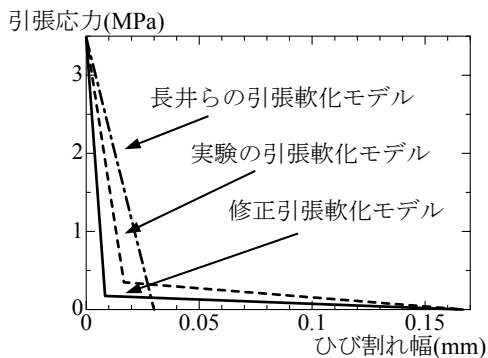


図-4 引張軟化曲線

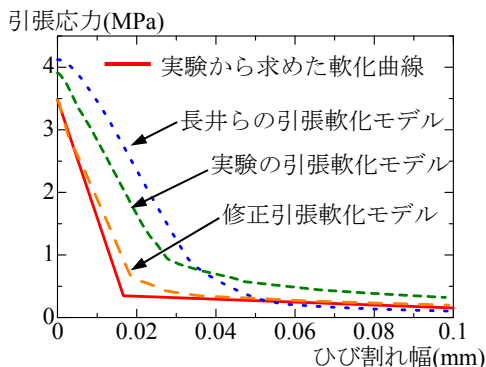


図-5 解析から得られた引張軟化曲線

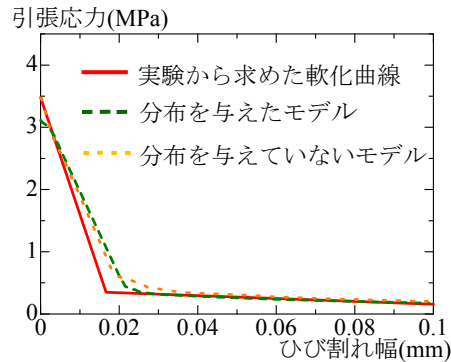


図-6 引張強度分布を与えた引張軟化曲線

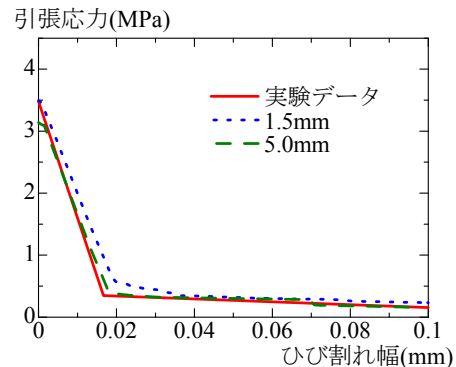


図-7 要素分割程度の影響

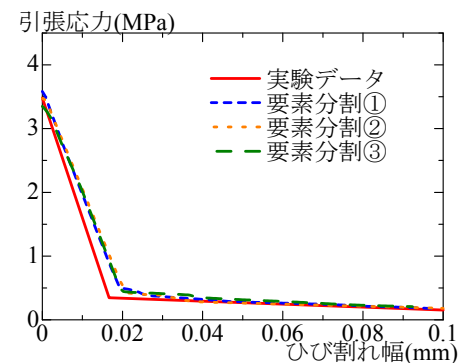


図-8 ランダムメッシュの影響

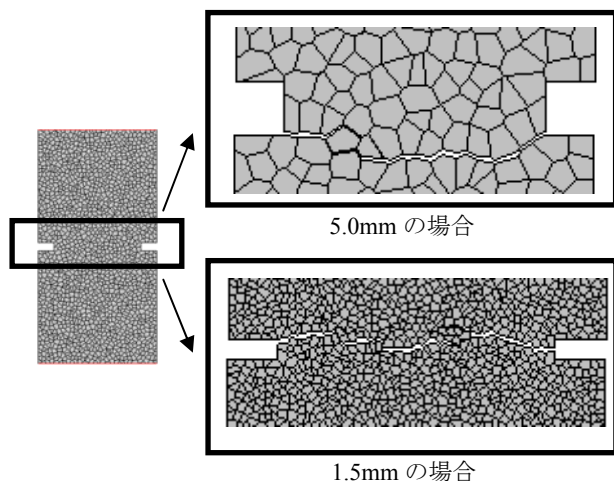


図-9 要素サイズの違いによるひび割れ図

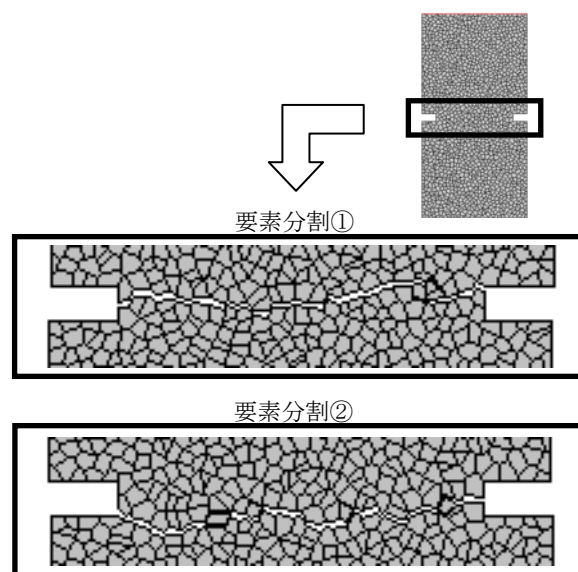


図-10 要素分割の違いによるひび割れ図

5. 曲げ試験解析

ここでは前章で同定した引張構成則を用いて、曲げ試験解析を行った。篠原ら⁶⁾による実験結果と解析結果との比較を行うことで、同定された引張構成則の妥当性を検討した。

5.1 実験概要

篠原ら⁶⁾はモルタル供試体の3点曲げ試験を行っている。供試体サイズは40mm x 40mm x 160mmであり、スパンは120mmである。また、供試体中央下面には深さ10mmの切り欠きを入れている。

5.2 解析概要

解析に用いたモルタル供試体は図-3(c)の通りである。Voronoi分割による総要素数は約1600個である。境界条件として篠原らの実験と同様に上面の中央に変位制御で鉛直下方向へ強制変位を与え、支点スパンは120mm、左の支点は横方向と垂直方向に固定、右の支点は垂直方向のみ固定した。

解析は引張試験解析から同定した引張軟化曲線を使用し、要素の引張強度分布を与えずに行った。

5.3 解析結果

計算で得られた荷重と載荷点変位の関係を図-11に示す。長井らのモデルを用いた場合には、曲げ強度を過大に評価するが、修正した引張軟化モデルを用いると実験結果と解析結果は良く一致していることが明らかである。すなわち、引張試験解析より同定した引張軟化曲線を使用するだけで、せん断バネの構成則は長井らの構成モデルと同様のものを使用しても、曲げ解析は実験結果を適切にシミュレーションできることが示された。

6. 圧縮試験解析

引張試験解析と曲げ試験解析から修正した引張構成則の妥当性が示された。ここでは、せん断バネの構成則と要素の引張強度分布について検討するために修正し

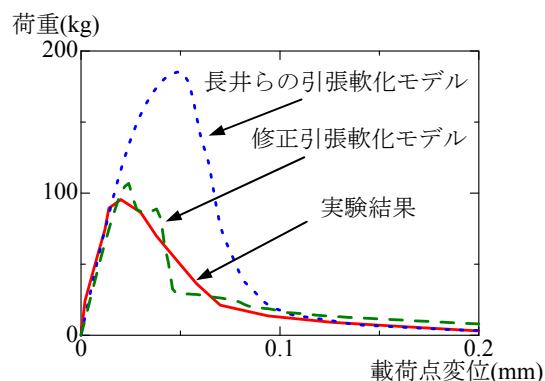


図-11 曲げ試験解析結果

た引張構成則を使用して圧縮試験解析を行い、松本ら⁸⁾による実験と比較した。

6.1 実験概要

松本らはモルタルの静的一軸圧縮試験を行っている。供試体サイズは150mm x 75mm x 75mmであり、試験体上面と下面はテフロンシートを敷いて摩擦をなくしている。

6.2 解析概要

解析に用いたモルタル供試体は図-3(b)の通りである。Voronoi分割による総要素数は約1800個である。境界条件として松本らの実験と同様に上面に変位制御で鉛直下方向へ強制変位を与え、下面の垂直方向は固定し、横方向に関しては上面、下面ともに無拘束とした。

解析はすべて引張試験解析から同定した引張軟化曲線を使用した。せん断バネの構成則は変化させず、要素の引張強度に分布を与えたもの(case.1)と与えないもの(case.2)、分布を与えずせん断バネの構成則を変化させたもの(case.3)の3パターン行った。また要素の平均引張強度はシリンダーの圧縮強度から3.48MPaを入力した。

6.3 解析結果

応力-ひずみ曲線

図-12 に計算で得られた応力-ひずみ関係を示す。応力は載荷点、ひずみ測定区間は供試体鉛直方向全体のものである。なお、実験は荷重制御であり、軟化は測定できていない。解析結果より Case.2 は実験結果よりもかなり大きな強度を示しているのに対して、Case.1 は実験結果とほぼ同じ強度となっている。要素の引張強度分布の有無が圧縮強度に大きな影響を及ぼしている。これは、圧縮試験においては、ひび割れが供試体内部の脆弱部分（強度が小さい位置）を連結・進展することで破壊が生じるためであると考えられる。

さらに計算結果から Case.3 においても、強度は実験値とほぼ一致している。この結果から圧縮強度を同定するには引張強度に分布を与える方法とせん断バネの構成則を変化させる方法の2つがあることが示された。本研究では引張強度に分布を与える方法を採用し検討を進める。なぜならば、引張強度分布はモルタルの非均質性を表わしており、せん断バネの構成則を変化させる方法では非均質性が表現できないからである。

また、圧縮強度は一致しているが、最大応力時のひずみは一致していない。これは垂直バネの圧縮側の構成則において、弾性係数を変化させていないためであると考えられる。つまり、ひび割れを有するコンクリートの圧縮挙動⁹⁾のように、メゾレベルにおいても、微小なひび割れが発生した際にはひび割れ近傍で圧縮力を受けるモルタルの弾性係数の低下が起こると考えることができるであろう。そこで、垂直バネのひずみに応じて圧縮側の弾性係数を変化させる解析 Case.4 を行った。すなわち、大胆な仮定ではあるが、要素内の垂直バネの平均ひずみが 100μ を超えた場合は圧縮側弾性係数を 80% に低減し、さらに平均ひずみが 300μ を超えた場合弾性係数を 60% に 700μ を超えた場合 50% とした。また、せん断バネの構成則は変化させず、引張強度の分布を与えた。計算結果から弾性係数を低減させることにより実験の応力-ひずみ曲線に近づくことが明らかである。

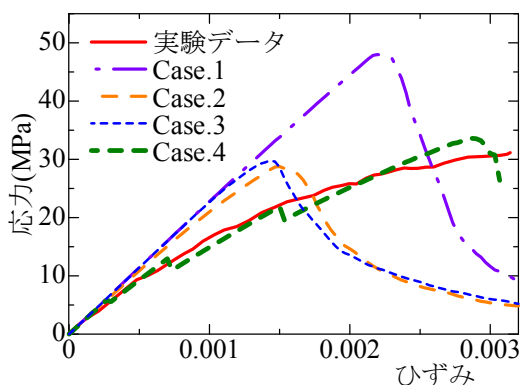


図-12 圧縮試験解析結果

今後、より合理的かつ信頼性の高い弾性係数の低減基準を見出したいと考えている。

7. まとめ

本研究での適用範囲は w/c が 50% 程度であり、今後より多くの実験結果との比較を通じて信頼性を高めたい。また、本研究で得られた知見を以下に示す。

- (1)モルタルの引張挙動、曲げ挙動、圧縮挙動を定量的に評価できるメゾレベル構成則を感度解析及び実験結果との比較から見出した。
- (2)引張強度のばらつきは、一軸引張挙動および曲げ挙動に及ぼす影響は小さいが、一軸圧縮挙動に及ぼす影響は非常に大きい。
- (3)一軸圧縮応力-ひずみ関係をより正確に再現するためには、ひび割れの存在に起因するメゾレベルの圧縮モデルの弾性係数の低下を考慮する必要がある。

参考文献

- 1) 川井忠彦：離散化極限解析法概論，培風館，1991.
- 2) Shigehiko Saito：Fracture Analysis of Structural Concrete using Spring Network with Random Geometry, Kyushu University, 1999
- 3) 剛体ばねモデル(RBSM)の進化とコンクリートの解析技術に関するシンポジウム，名古屋大学，2008.
- 4) Kohei Nagai, Yasuhiko Sato and Ueda Tamon：Mesoscopic Simulation of Failure of Mortar and Concrete by 2D RBSM, Journal of Advanced Concrete Technology, Vol.2, No.3, pp359-374, 2004.
- 5) K.M.El-Sayed, G.V.Guinea, C.Rocco, J.Planas, and M.Elices：Influence of Aggregate Shape on the Fracture Behaviour of Concrete, FRAMCOS-3, vol.1, pp.171-180, 1998.
- 6) 篠原保二，古村福次郎，阿部武雄：モルタル曲げ試験体の最大耐力後の軟化挙動，日本建築学会大会学術講演概要集，pp357-358，1990.
- 7) J.Thomure, J.Bolander, Minoru Kunieda：Reducing Mesh Bias on Fracture within Rigid-Body-Spring Networks, Journal of Structural Mechanics and Earthquake Engineering, No.682/I-56, 2001
- 8) 松本浩嗣，佐藤靖彦，上田多門：剛体バネモデルによる疲労荷重を受けるモルタルの損傷度評価，コンクリート工学年次論文集，Vol.30, No.3, 2008.
- 9) Vecchio, F.J. and Collins, M.P.: The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear, ACI Journal, Vol.83, No.2, pp.219-231, 1986