報告 乾燥収縮における網目状ひび割れパターン形成に関する数値解析手 法の開発

中村 成春*1

要旨:本報告は,乾燥収縮における網目状ひび割れパターン形成に関する数値解析条件を検討した。その結果,1)3次元拘束が可能な変形解析が必要であること,2)ひび割れパターン軌跡はバネ要素の仮想切断に伴う 作用軸力の再配分による破壊除荷手続き繰り返しの変形解析が必要であること,3)網目状ひび割れパターン は材料不均一性を考慮することと拘束境界を破壊させないこととバネ要素細分割が必要なこと,等を示した。 キーワード:網目状ひび割れ,乾燥収縮,立体トラス,弾性バネ,拘束,水熱同時移動

1. はじめに

例えば、陶芸分野では、上薬の釉に無数の細かなひび 割れを導入して、美的デザイン性に転化させる貫入技法 があり、陶磁器表面に人為的に意匠デザインした微細ひ び割れや傷を、模様や景色として楽しむ状況にある。セ メント系複合材料等による左官塗り仕上技術は、美的観 点を考慮した左官工芸あるいはコンクリート工芸¹⁾とし て発展していることもあり、その収縮ひび割れ発生を意 匠デザインの一つとして、美的観点から捉えた模様や景 色として制御しても良いと考える。

これは、人が身近に接する建築物の室内環境等では、 美的観点や使い勝手に対する意匠デザインが最重要視 されており、雨水がかかる室外環境と異なり、鉄筋腐食 発生に必要な水分の過剰供給があまりないことと、仕上 材料自体が剥離・剥落しない程度の収縮ひび割れ発生は、 劣化因子の浸透・侵入に対するバリア機能を重視せず、 構造安全性や耐久性にほとんど影響しないためと考え ることによる。

芸術家 Andy Goldsworthy²⁾は、図-1に示すように、壁 面に無数の収縮ひび割れを意図的に発生させた内装施 工して、建築に美的デザイン性を付与している。しかし、 芸術家の勘とひらめきと偶然性に頼った施工で、誰にで も自在に対処できる工学手法で制御されているわけで はない。この収縮ひび割れ壁面を、性能設計手法に基づ いて、工学的に自在に制御できれば、美的デザイン性を 高めた建築を、合理的に開発できることになる。

本報告は、網目状ひび割れ状態を建築テクスチャ表現 の一つと捉えて、既往の数値解析手法を応用し、水化学 ポテンシャルを変数とした水熱同時移動による乾燥解 析と、弾性バネの連成で要素構成した立体トラス格子の 変形解析と、バネ要素の仮想切断に伴うバネ要素内の作 用軸力の再配分繰り返しによるひび割れパターン形成 解析を連成させて、乾燥収縮における網目状ひび割れパ ターン形成に関する数値解析条件を検討した。



図-1 フリーペーパー「World & Words」の表紙に掲載 された Andy Goldsworthyの収縮ひび割れ壁面の作品²⁾

2. 乾燥モデルの取り扱い概要

建築環境工学分野では、松本による水化学ポテンシャ ルを変数とした水熱同時移動特性に関する一連の研究³⁾ が有名である。ダルシー法則は基本的に含水率勾配の水 移動のみを考えるが、それに熱流による温度勾配関係を 考慮し、水分流と熱流の相互効果をモデル化している。 この研究を契機に文献⁴⁾が刊行されている。

本報告の乾燥解析は、この文献⁴⁾に掲載されている液 水移動領域の FORTRAN プログラム例を活用し、網目状 ひび割れのパターン形成に関する連成解析手法の必要 に応じ、例示プログラム内容を適宜修正した。

本報告で適用した乾燥解析モデルとなる z 軸方向 1 次 元の水および熱の収支基礎式⁴⁾は,各々式(1),(2)となる。

$$\rho_{w}\left(\frac{\partial\Psi}{\partial\mu}\right)\frac{\partial\mu}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left[\lambda'_{\mu}\left(\frac{\partial\mu}{\partial z} - g\right) + \lambda'_{T}\frac{\partial T}{\partial z}\right](1)$$

*1 宇都宮大学大学院 工学研究科循環生産研究部門建築環境デザイン学専攻准教授 博(工) (正会員)

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[\left(\lambda + r\lambda'_{T_g} \right) \frac{\partial T}{\partial z} + r\lambda'_{\mu g} \frac{\partial \mu}{\partial z} \right]$$
(2)

塗り仕上材料表層の空気側の境界条件は,水および熱 について,各々式(3),(4)となる。

$$-\lambda'_{\mu}\left(\frac{\partial\mu}{\partial z}-g\right)-\lambda'_{T}\frac{\partial T}{\partial z}$$

$$=\alpha'_{\mu}\left(\mu_{a}-\mu\right)+\alpha'_{T}\left(T_{a}-T\right)$$
(3)

$$-\left(\lambda + r\lambda'_{Tg}\right)\frac{\partial T}{\partial z} - r\lambda'_{\mu g}\frac{\partial \mu}{\partial z}$$
$$= \left(\alpha + r\alpha'_{T}\right)\left(T_{a} - T\right) + r\alpha'_{\mu}\left(\mu_{a} - \mu\right)^{(4)}$$

塗り面下地側の境界条件は,水および熱について,断 湿で温度指定とすると,各々式(5),(6)となる。

$$-\lambda'_{\mu}\left(\frac{\partial\mu}{\partial z}-g\right)-\lambda'_{T}\frac{\partial T}{\partial z}=0$$
(5)

$$T = T_b \tag{6}$$

ここで、 Ψ :体積含水率[m³/m³]、 μ :水化学ポテン シャル[J/kg], T:温度[K], t:時間[s], z:空間座標[m]、 λ : 熱伝導率[W/m/K]、 λ'_T :温度勾配に関する水分伝達率 [kg/m/s/K]、 λ'_{μ} :水化学ポテンシャル勾配に関する水分 伝導率[kg/m/s/(J/kg)]、 λ'_{Tg} :温度勾配に関する気相水分 伝導率[kg/m/s/K]、 $\lambda'_{\mu g}$:水化学ポテンシャル勾配に関 する気相水分伝導率[kg/m/s/(J/kg)]、r:相変化熱[J/kg], g:重力加速度[m/s²]で1次元解析のため壁面では0、 α'_T :温度勾配に関する水分伝達率[kg/m²/s/K]、 α'_{μ} : 水化学ポテンシャル勾配に関する水分伝達率[kg/m²/s/K]、 α'_{μ} : 水化学ポテンシャル勾配に関する水分伝達率[kg/m²/s/K]、 α'_{μ} : 水化学ポテンシャル勾配に関する水分伝達率[kg/m²/s/K]、 α'_{μ} :

3. ひび割れ形成モデルの取り扱い概要

3.1 弾性バネの連成で要素構成した立体トラス格子の仮 想仕事原理による変形モデル

コンクリート工学分野では、古くからひび割れ破壊状 況が検討されているが、壁面や床版で観察される網目状 ひび割れのパターン形成について、数値解析的にケース スタディされた事例はあまり多くない。本報告は、壁面 や床版の表層面を、塗り仕上材料で装飾することを想定 し、ひび割れ破壊表現の数値解析的取り扱いが最も容易 なフック法則に基づく弾性バネのみでモデル化した。

本報告の変形解析モデルは、文献⁵)に掲載されている FORTRAN の変位法に基づく立体トラス線形解析プログ ラムを活用し、網目状ひび割れのパターン形成に関する 連成解析手法の必要に応じて、プログラム内容を適宜修 正した。トラスによるピン接合で軸力のみが作用する単 純な弾性バネの連成で要素構成した静的線形解析では、 収縮系や膨張系のひび割れ破壊を区別することなく、網 目状ひび割れのパターン形成を追跡できる。

立体トラスは、組み方を格子型とし、格子稜線のバネ 要素を構造バネと、格子面内の筋交いのバネ要素をせん 断バネと設定し、基本格子は、節点8個で、構造バネ12 本、せん断バネ12本のバネ要素数が計24本構成の不静 定構造体とした。この立体トラス格子は、全体座標軸(x, y, z)に、バネ要素始端の節点iから終端の節点jへ向かう バネ要素軸方向を局所座標軸(x*)にした右手直交座標系 とする。また、構造あるいはせん断の各バネ要素のバネ 定数は、すべて異なる値でも設定できるようバネ要素 個々で取り扱えるようにし、一方、バネ要素すべての断 面は、物理的意味を持たせず、便宜上、単位断面積にし て、バネ要素作用軸力を応力表示扱いとした。

変位法による静的変形解析手法は,自由度 n と,求める力学量の数 m にて,次の 5 ステップからなる。

ステップ1で,立体トラス格子となる節点座標と節点 番号付け,バネ要素両端の接続節点抽出とバネ要素番号 付けとバネ定数,節点変位を拘束する支点条件,温湿度 変化量とその節点とバネ要素の抽出,等を定義する。

ステップ2で、作用力に対する節点の変形の拘束力[F] と、変形を拘束したときに作用力によって生じる力学量 [Ar]_{m×1}を計算する。[F]は、節点に直接作用する外力に よる拘束力[F_a]と、節点間(バネ要素)に作用する温湿 度変化等を解析するときの節点での拘束力[F_b]の和にな る。本報告では、温湿度変化に伴う変形が対象のため外 力作用はなく、[F_a]=0になる。一方、バネ要素mに、温 度変化 Δ T_mや水分逸散変化 Δ W_mが生じたとき、バネ定数 k_m、バネ断面積 a_m(本報告では a_m=1の仮想単位断面)、熱 膨張係数 α _m、水分逸散時の水収縮係数 β _m(膨張を正)と すると、フック法則より軸方向力 k_m·a_m·(α _m· Δ T_m+ β _m· Δ W_m)が、変位拘束に伴うバネ要素端力[Ar]_{m×1}になり、 この[Ar]_{m×1}に基づき[F_b]が作成される(Appendix 参照)。

ステップ3で、各座標において、仮想仕事の原理を適 用し、単位変位を順次与えて、全体座標系の全体剛性マ トリックス[S]_{n×n}と、単位変位を与えたときに生じる力 学量[Au]_{m×n}を求める。立体トラスの全体座標系の全体 剛性マトリックス[S]_{n×n}は、局所座標軸 x*に関する方向 余弦($\lambda_{x*x}, \lambda_{x*y}, \lambda_{x*z}$)と、個々のバネ要素の局所座標系の要 素剛性マトリックス[S^{*}] 2×2 と、座標変換マトリックス [t]_{1×3}=[λ_{x*x} λ_{x*y} λ_{x*z}]から得た個々のバネ要素の全体 座標系の要素剛性マトリックス[Sm] 6×6 を、全体座標系 の全体剛性マトリックス[S]_{n×n}に対応するよう所定位置 に配置した全体座標系の要素ごとの全体剛性マトリッ クス $[Sm]_{n\times n}$ の累加から作成される(Appendix 参照)。

ステップ4で、未知変位[D]_{n×1}として、釣り合い方程 式[S]_{n×n}[D]_{n×1}=-[F]_{n×1}を解き、変位[D]を得る。

ステップ5で,求める力学量 $[A]_{m\times 1}$ が,重ね合わせ $[A]_m$ × $_1=[Ar]_{m\times 1}+[Au]_{m\times n}[D]_{n\times 1}$ により得る。

3.2 弾性バネの仮想切断に伴うバネ要素内作用応力の再 配分繰り返しによるひび割れパターン形成モデル

コンクリートのひび割れパターン形成を解析するに は、ひび割れ破壊の有無を判断する破壊基準の設定と、 ひび割れ破壊の軌跡を表現できるモデル化が必要であ る。本報告は、パターン形成を最重要視しており、Van Mier のラチス(格子)モデルの考え方⁶⁰を基本にした。 不静定構造トラスによるバネ要素のネットワークを構 成し、バネ要素自体が、あらかじめ設定した破壊基準に 達すると、そのバネ定数を不可逆的に0にして、仮想的 に切断(=ひび割れ破壊)を表現する。破壊基準に簡易 な引張強度基準を適用し、変形解析にて算定したバネ要 素内の作用軸力が、引張強度 ftを越えていると、後述の 仮想切断したバネ要素による破壊除荷手続きを行う。

温湿度変化による変形を拘束すると、その反作用から 内部拘束応力が発生して、破壊現象への駆動力になる。 本報告では、温湿度解析をセメント系塗り仕上材料の塗 り厚さに対応させて、厚みを表すz軸方向の1次元でモ デル化した。一方、変形解析およびひび割れパターン形 成解析では、内部拘束応力の発生に影響する拘束条件の 設定が重要であり、3次元拘束が可能な立体トラスでモ デル化した。本手法は、1次元温湿度変化解析の結果を、 3次元変形解析にて、塗り厚さに応じた同一z座標のxy 面全体に受け渡す。拘束条件は、立体トラス基本格子を 集積した平板モデルの表層面において、xy面1面乾燥・ 無拘束でその他5面断温湿・拘束とし、平板モデルのひ び割れ部や側面から蒸発が起こらないものとした。

ひび割れパターン形成に関して,バネ要素仮想切断に 伴う破壊除荷の具体的な解析手法は,一般の構造・材料 既成書でほとんど取り扱われておらず,技術的工夫が必 要である。ひび割れパターン形成プロセスは,物理学分 野にて,本報告と同系統の弾性バネモデルを取り扱った 研究⁷⁾を参考にし,時間経過に伴う温湿度変化に応じた 変形解析から,個々のバネ要素内部の作用軸力の結果を 参照する方法とし,バネ要素の仮想切断と破壊除荷手続 きの繰り返しによる次の6ステップからなる。

ステップ1で,時間をdt発展させ,式(1)から水化学ポ テンシャルµ(z,t)を計算し,そのµ(z,t)と式(2)から温度 T(z,t)を求め,一般ガス常数 R=8316.96(Pa·m³·kmol⁻¹·K⁻¹) と水蒸気分子量 Mv=18.016(kg·kmol⁻¹)とµ(z,t)=(R/Mv)・ T(z,t)・log_e(Rh(z,t))の関係から,相対湿度 Rh(z,t)を求める。 ステップ2で,バネ要素mとその始終端節点の温湿度 変化に対して,熱膨張係数 α_m と水収縮係数 β_m (膨張を正) とバネ定数 k_m から,バネ要素端力[Ar]_mを求める。

ステップ3で、節点拘束の支点条件を設定し、仮想仕 事原理による立体トラス線形解析を行い、平板モデルの バネ要素個々の作用軸力および節点変形を計算する。

ステップ4で,バネ要素個々の作用軸力を参照することで,破壊基準の引張強度ftを越えるバネ要素を抽出し, この抽出バネ要素の中で,最大作用軸力のバネ要素のみ を仮想切断して,バネ定数を0に設定する。抽出バネ要 素は,複数の場合もあれば1本だけの場合もある。

ステップ5で、仮想切断したバネ要素以外のバネ要素 は、ステップ3で得た作用軸力を[Ar]mとしてバネ要素に 作用させたまま、改めて仮想仕事原理による立体トラス 線形解析を行い、仮想切断したバネ要素に応じて、その 他のバネ要素に作用の軸力を再配分(=除荷挙動)し、 バネ要素個々の作用軸力および節点変形量を計算する。

ステップ6で,ステップ4&5を,すべてのバネ要素の作用軸力が引張強度ft未満になるまで繰り返し,仮想 切断できるバネ要素がなくなったとき,作用軸力を[Ar]m としてバネ要素に作用させたまま,次の温湿度変化を与 えるステップ1に戻り,ステップ2の温湿度変化に対す る新たな作用軸力を[Ar]mを加えて計算を継続する。

乾燥収縮における網目状ひび割れパターン形成に関 するケーススタディ及び考察

4.1 無拘束1 面乾燥による収縮解析

乾燥解析は、乾燥モデルの解析パラメータを、セメン ト系材料となる文献⁴⁾のコンクリート例に設定して、塗 り仕上材料の塗り厚さz=10mmで1mm分割の11節点と し、外気・内部温度20℃で内部相対湿度Rh=0.98の飽和 状態から、放湿曲線を使って、表層部の空気側の相対湿 度Rh=0.6 へ乾燥していく温湿度変化を計算した。その 乾燥解析結果にて、乾燥時間が1,12,24時間の温湿度解 析値を、変形解析へ受け渡した。図-2 に変形解析へ受 け渡した乾燥時間1,12,24時間の温湿度解析結果を示す。 乾燥1時間で、乾燥に伴う蒸発潜熱の影響が表れている。



変形解析は、塗り厚さが乾燥解析と同じ z=10mm で 1mm 分割の 11 節点で、塗り面となる xy 平面を 100× 100mm で 10mm 分割の 11 節点からなる立体トラス格子 集積の平板モデル(節点数 1331、構造バネ要素数 3630、 せん断バネ要素数 6600) とし、構造バネ定数 20000MPa、 せん断バネ定数 10000MPa, 熱膨張係数 10×10⁻⁶ 1/K, 水 収縮係数(膨張が正)2×10⁻⁶1/0.01Rhとした。バネ定数 はモルタルを想定し、せん断バネは構造バネの1/2にし、 若材齢の内部組織不確定さを表現した。また、無拘束で 温度一定時の相対湿度変化ΔW =ΔRh=-0.4 で, 収縮歪 80 ×10⁻⁶となる。一般のコンクリートの長さ変化試験の乾 燥収縮歪は試験期間6ヶ月で800×10⁻⁶程度になるが,乾 燥解析の温湿度変化期間を 24 時間までの若材齢にした ことと, 収縮歪設定が大きい場合, 破壊除荷手続きのス テップ4&5計算が膨大になることと、網目状ひび割れパ ターン形成を主目的としたことから、今回は、通常の1/10 程度の収縮歪になるよう水収縮係数を設定した。

図-3に乾燥24時間後の無外部拘束1面乾燥収縮の解析結果を示す。温湿度変化に伴う内部拘束力[Fb]のみ作用する無外部拘束では、トラス解析のため作用軸力が0になり、ひび割れ発生せず、乾燥しにくい下地側よりも表層側の乾燥進行による収縮が大きい反り変形になる。



図-3無外部拘束1面乾燥24時間結果(変形倍率1000倍)

4.25 面拘束1 面乾燥によるひび割れパターン形成解析

無外部拘束 1 面乾燥で反り変形した平板モデルにて, 周囲境界 5 面を拘束し,引張強度 1.2MPa を破壊基準に, 網目状ひび割れパターンを検討した。図-4~図-6 に乾 燥 24 時間までのひび割れパターン形成解析結果を示す。

図-4 に、図-3 と同一解析条件での結果を示す。周 囲 5 面を拘束したバネ要素が仮想切断されていることと、 乾燥 1,12,24 時間の温湿度変化から、均等対称に表層か ら下地側へひび割れが進展している。このため、網目状 ひび割れパターンの形成においては、拘束したバネ要素 を強い拘束と想定して仮想切断させないことと、材料の



図-4 図-3 と同一条件の5面拘束1面乾燥24時間ま でのひび割れパターン形成結果



(a) 疑似乱数に基づくバネ要素の初期仮想切断の設定



(b)材料不均一初期設定を除いたひび割れパターン結果 図-5 図-4 の解析条件に拘束バネ要素の仮想切断無 しと材料不均一性考慮のひび割れパターン形成結果

内部空隙や組織不均一性を反映させるように構造ある いはせん断バネ要素の数%を,あらかじめバネ定数0と して仮想切断しておく対応が必要であると考える。

図-5 に、図-4 の解析条件に、拘束バネ要素を仮想 切断させない条件と、材料不均一性を考慮して、疑似乱 数発生に基づくバネ要素番号の抽出計算を追加し、バネ 要素数 10230 のうち要素数 566 (5.5%) を,あらかじめ バネ定数 0 に仮想切断した初期条件設定による結果を示 す。非対称なひび割れパターンの破壊進行領域の形成が 表現できている。しかし,網目状ひび割れパターンの解 像度が悪いため,要素分割を細かくする必要がある。

図-6 に、図-5 の解析条件に、xy 平面のバネ要素を 21×21 分割に細分し、節点数 4851、構造バネ要素数 13650、せん断バネ要素数 25600 で、初期仮想切断したバ



(a) 疑似乱数に基づくバネ要素の初期仮想切断設定



(b)材料不均一初期設定を除いたひび割れパターン結果 図-6 図-5の解析条件で xy 平面のバネ要素を細分割 したひび割れパターン形成結果



図-7 図-6 の解析で得た破壊除荷手続き計算ごとに 得た仮想切断バネ要素の作用軸力結果

ネ要素数 1984 (5.1%) による結果を,図-7 に破壊除荷 手続き計算の仮想切断バネ要素の作用軸力結果を示す。

拘束バネ要素を仮想切断せず,材料不均一性を考慮し, 要素分割を細分すると,xy平面のひび割れ軌跡となる破 壊進行領域が局所化し,ひび割れパターンの解像度が良 くなり,網目状ひび割れパターンが形成されていること がわかる。また,破壊除荷手続き計算にて,1本づつバ ネ要素が仮想切断されたが,本結果から,破壊基準とな る引張強度を高めに設定すると,仮想切断していくバネ 要素の総数が減少し,結果的に,ひび割れパターンが粗 くなることがわかる。このことは,高強度の材料ほど, 網目状ひび割れが粗く現れる⁸ことと対応している。

5. まとめ

本報告は,乾燥収縮における網目状ひび割れパターン 形成に関する数値解析条件を検討した。

(1) 平板に網目状の収縮ひび割れを数値解析的に発生させるには、3次元拘束が可能な変形解析が必要である。
(2) ひび割れパターン形成の軌跡は、バネ要素の仮想切断に伴う作用軸力の再配分による破壊除荷手続き繰り返しの変形解析が必要である。また、そのとき、破壊基準となる引張強度が小さいと、破壊除荷手続き繰り返し計算が多くなり、仮想切断するバネ要素が増加し、結果的にひび割れ密度が高い破壊状況になる。

 (3) 網目状ひび割れパターンは、解析モデルのバネ定数 設定に、あらかじめ材料不均一性を考慮することと、拘 束境界のバネ要素を破壊をさせない設定が必要である。
 (4) 立体トラス格子モデルによる数値解析では、要素分 割を細かくしないと、破壊進行領域の局所化に伴う解像 度の良い網目状ひび割れパターンにならない。

Appendix

本報告の立体トラス格子の剛性マトリックス[S]および温湿度変化に対応する荷重マトリックス[F_b]は,網目 状ひび割れパターン形成解析で行う各バネ要素の作用 軸力の再配分繰り返しに直接関係するため,文献⁵⁾を参 照し,具体的な各マトリックス作成方法を概説する。

バネ要素mの全体座標系の始端・終端の節点座標をi(x_i, y_i, z_i)と j(x_i, y_i, z_i)とすると,方向余弦は式(a1)になる。

$$\lambda_{x^{*}x} = \frac{x_{j} - x_{i}}{l_{m}}, \lambda_{x^{*}y} = \frac{y_{j} - y_{i}}{l_{m}}, \lambda_{x^{*}z} = \frac{z_{j} - z_{i}}{l_{m}},$$
$$l_{m} = \sqrt{(x_{j} - x_{i})^{2} + (y_{j} - y_{i})^{2} + (z_{j} - z_{i})^{2}} \quad (a1)$$

フック法則からバネ要素 m の局所座標系の要素剛性 マトリックス[S*]_{2×2}は式(a2)になる。

$$[S^*]_{2\times 2} = \frac{k_m a_m}{l_m} \begin{bmatrix} 1 & -1\\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$
(a2)

全体座標系の要素剛性マトリックス[Sm]_{6×6}は,座標変 換マトリックス[t]_{1×3}=[$\lambda_{x^{*x}}$ $\lambda_{x^{*y}}$ $\lambda_{x^{*z}}$]から式(a3)になる。

$$[Sm]_{6\times6} = \begin{bmatrix} [t] & [0] \\ [0] & [t] \end{bmatrix}_{6\times2}^{T} \begin{bmatrix} S^* \end{bmatrix}_{2\times2} \begin{bmatrix} [t] & [0] \\ [0] & [t] \end{bmatrix}_{2\times6}$$
(a3)
$$= \begin{bmatrix} [S_{ii}]_{3\times3} & [S_{ij}]_{3\times3} \\ [S_{ji}]_{3\times3} & [S_{jj}]_{3\times3} \end{bmatrix}_{6\times6}$$

$$[S_{ii}]_{3\times 3} = \frac{k_m a_m}{l_m} \begin{bmatrix} \lambda_{x^*x}^2 & SYM. \\ \lambda_{x^*y} \lambda_{x^*x} & \lambda_{x^*y}^2 \\ \lambda_{x^*z} \lambda_{x^*x} & \lambda_{x^*z} \lambda_{x^*y} & \lambda_{x^*z}^2 \end{bmatrix},$$
$$[S_{jj}] = [S_{ii}], \ [S_{ji}] = -[S_{ii}], \ [S_{ij}] = [S_{ji}]^T$$

全体座標系の全体剛性マトリックス $[S]_{n \times n}$ は、全体座 標系の要素剛性マトリックス $[Sm]_{6 \times 6}$ の部分マトリック ス $[S_{ii}]_{3 \times 3}$, $[S_{ij}]_{3 \times 3}$, …を、 $[S]_{n \times n}$ のバネ要素ごとの始端節 点 i と終端節点 j に対応させサイズ拡大した式(a4)の全体 座標系の要素ごとの全体剛性マトリックス $[Sm]_{n \times n}$ の所 定位置に配置しバネ要素数 n_m まで累加した式(a5)となる。

$$\begin{bmatrix} \overline{Sm} \end{bmatrix}_{n \times n} = \begin{bmatrix} i & j \\ \cdots & [S_{ii}]_{3 \times 3} \cdots & [S_{ij}]_{3 \times 3} \cdots \\ j \begin{bmatrix} \cdots & [S_{ji}]_{3 \times 3} \cdots & [S_{jj}]_{3 \times 3} \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix}_{n \times n}$$
(a4)

$$[S]_{n \times n} = \sum_{m=1}^{n_m} \left[\overline{Sm} \right]_{n \times n}$$
(a5)

一方,バネ要素mの端節点での全体座標軸方向に作用 する釣り合い節点力[F]mは,温湿度変化に対する入力デ ータや作用軸力の再配分繰り返しの破壊除荷手続き結 果データからバネ要素ごとに既知の拘束力[Ar]mを,座標 変換マトリックス[t]mを用いて,式(a6)となる。

$$\begin{bmatrix} F \end{bmatrix}_m = \begin{bmatrix} [t] & [0] \\ [0] & [t] \end{bmatrix}_m^T \begin{bmatrix} Ar \end{bmatrix}_m$$
(a6)

バネ要素 m の両端の節点を i, j としたとき, [F]_mは, 部分マトリックス[[F]_i[F]_j]_mの 2 つの部分マトリックス で表現でき,サイズ拡大して i 番目と j 番目以外の部分 マトリックスが存在しない部分マトリックスで構成さ れる立体トラス全体の全体座標系の荷重マトリックス [F]_mに再整理した式(a7)となる。

$$\begin{bmatrix} \overline{F} \end{bmatrix}_{m} = \begin{matrix} i \\ [F]_{i} \\ \cdots \\ j \\ [F]_{j} \\ \cdots \\ m \end{matrix}$$
(a7)

温湿度変化に対応する荷重マトリックス[F_b]は, [F]_m をバネ要素数 n_mまで重ね合わせた式(a8)となる。

$$[F_b] = \sum_{m=1}^{n_m} \left[\overline{F}\right]_m \tag{a8}$$

謝辞

本研究は、平成20年度宇都宮大学若手教員研究助成, ならびに日本建築学会 JASS5N 基礎研究 WGH20度下期 ~H21度委員個別基礎研究の一環として実施しました。 また、芸術家 Andy Goldsworthy 氏の収縮ひび割れ壁面の 作品を、ひび割れ破壊工学として捉えるきっかけは、 2003年夏に、スイス連邦工科大学チューリッヒ校のDr. Prof. Van Mier, J.G.M. 先生に示唆を受けてのものです。

参考文献

- 中村成春:コンクリート工芸の手業(テワザ)を楽し む、コンクリート工学, Vol.47, No.1, pp.109-110, 2009.1
- Goldsworthy, A.: Dry-Stone Wall, World&Words, Sofitel Accor Hotels&Resorts, No.9, Cover Picture & p.33, 2006
- 3) 松本衛:建築壁体における熱・水分の同時移動および水分蓄積に関する研究,京都大学学位論文,1978.11
- 4) 小椋大輔:液水移動領域の解析プログラム例(コンク リート用),日本建築学会熱湿気定数出版 WG,建築 材料の熱・空気・湿気物性値 応用編,2001.10
- Ghali, A., Neville, A. M., 川上 洵:構造解析の基礎と応用-線形・非線形解析および有限要素法-, 技報 堂出版, pp.491-495, 2001.2,
- Van Mier, J.G.M. : Fracture Processes of Concrete, Assessment of Material Parameters for Fracture Models, CRC Press, pp.253-311, 1996
- Nishimoto, A., Mizuguchi, T., Kitsunezaki, S. : Numerical Study of Drying Process and Columnar Fracture Process in Granule-Water Mixtures, The American Physical Society, Physical Review E, Vol.76, No.1, pp. 016102-1-11, 2007
- 8) 横山 裕,金 兜鎬,横井 健,崔 寿炅:高強度コンク リートを対象とした床下地の表面強度と SL 材のひ び割れの関係に関する基礎的検討 SL 材のひび割れ からみたコンクリート床下地の表層部品質の評価 方法(その 2),日本建築学会構造系論文集, No.610, pp.13-20, 2006.12