論文 Wavelet 変換を用いた残余耐震性能判定のための等価周期と等価粘 性減衰算出法に関する研究

伊佐治 勝大^{*1}·前田 礼一郎^{*2}·楠 浩一^{*3}·田才 晃^{*4}

要旨:建物の各層に配置された加速度計測値から性能曲線を作成し,等価線形化法を用いて主として鉄筋コ ンクリート造建物を対象に本震後の残余耐震性能を把握する技術について研究を重ねてきた。本論では Wavelet 変換を用いた性能曲線のモード分解法を利用し,建物の応答から等価粘性減衰定数,等価周期を算出 する方法について検討し,横浜国立大学建設学科建築学棟の観測記録を用いてその有効性を検証した。 キーワード: Wavelet 変換,等価線形化法,等価粘性減衰,性能曲線,応急危険度判定,ヘルスモニタリング

1. はじめに

建物に数台の加速度計を配置し、その計測値から建物 の地震時の応答を計測し、地震後の残余耐震性能をほぼ リアルタイムで自動的に判定する技術が提案され、その 実用化に向けて研究を重ねてきた¹⁾。Wavelet変換による 性能曲線のモード分解法が提案されており¹⁾、1次、2次 モードの抽出が可能であることを確認してきた³⁾。 Wavelet変換とは、周波数領域で信号を表現するフーリエ 解析の特徴を生かしつつ、変動の時間的推移も同時にと らえることのできる時間周波数解析手法である⁵⁾。

本論文では、まず Wavelet 変換によるモード分解法に よって性能曲線を作成し、その最大応答点から算出する 等価周期が建物の卓越周期と精度よく一致するかを検討 した。また、残余耐震性能判定において、要求曲線を算 出する際に減衰定数が必要となる。そこで、実測値から 等価粘性減衰定数の算出を試みた。

実測値として,横浜国立大学建設学科建築学棟(以下, 建築棟)の各層に設置した加速度計から得られた観測記 録を使用した。残余耐震性能はWavelet変換によるモード 分解法によって性能曲線を作成し,その最大応答点から 判定するため¹⁾,その最大応答点から算出した等価粘性減 衰定数と等価周期を後述の3通りの一般的な算出方法に よる結果と比較することによって本手法の有効性の検討 を行った。

また,建築棟は観測期間中に耐震補強工事が行われて おり,その前後においての等価周期,等価粘性減衰定数 の変化についても考察した。

2. Wavelet変換の概要¹⁾²⁾³⁾⁵⁾

Wavelet変換とは、ある規定するマザーウェーブレット

に対して、時刻歴信号f(t)がいかに似通っているかを数学的に示すものである。N個のデータを含むある信号 f_0 は、Wavelet変換により式(1)に示すように、ある周波数帯の信号のみを含む要素 g_1 と残りの信号 f_1 に分解される。この g_1 をランク1と呼ぶ。

$$f_0 = g_1 + f_1 \tag{1}$$

変換された g_1 および f_1 は, N/2 個のデータを持つ。この 変換を繰り返すことにより,

$$f_0 = g_1 + (g_2 + f_2) = g_1 + g_2 + (g_3 + f_3)$$

= ...
= $g_1 + g_2 + g_3 + \dots + g_n + f_n$ (2)

のようにランク 1~n の成分に分解できる。この時,

$$n = \log_2 N \tag{3}$$

であり、f_nは定数値となる。分解された信号は、数学的に その直交性が保証されている⁵⁾。

またg_jおよびf_jは,それぞれ式(4)および式(5)で計算できる。

$$g_{j} = \sum_{k} d_{k}^{(j)} \psi(2^{j} x - k)$$
(4)

$$f_{j} = \sum_{k} c_{k}^{(j)} \phi(2^{j} x - k)$$
(5)

ここで、 $d_k^{(j)}: g_j を計算するための数列, c_k^{(j)}: f_j を計算するための数列, <math>\phi(x): マザーウェーブレット, \phi(x):$ Scalingである。

Wavelet変換を用いた分解アルゴリズムは,式(6)および 式(7)で,再構成アルゴリズムは式(8)で示される。なお, 式中の g_k , h_k , p_k , q_k はいずれもマザーウェーブレットに 依存して一義的に決定される数列である。

$$c_{k}^{(j-1)} = \frac{1}{2} \sum_{l} g_{2k-l} c_{k}^{(j)}$$
(6)

*1 横浜国立大学大学院 工学府 社会空間システム学専攻 (正会員) *2 横浜国立大学 工学部 建設学科 *3 横浜国立大学大学院 工学研究院 准教授 博士(工学) (正会員)

*4 横浜国立大学大学院 工学研究院 教授 工博 (正会員)

$$d_{k}^{(j-1)} = \frac{1}{2} \sum_{l} h_{2k-l} c_{k}^{(j)}$$
(7)

$$c_{k}^{(j)} = \sum_{l} \left(p_{2k-l} c_{k}^{(j-1)} + q_{2k-l} d_{k}^{(j-1)} \right)$$
(8)

本研究では、マザーウェーブレットとして周波数分解能 の高い4階のB-Spline関数を採用した⁵⁾。**図-1(a)**および (b)に使用したScaling関数およびマザーウェーブレット を示す。

Wavelet 変換は、マザーウェーブレットをウィンドウと して用いた時間周波数解析と考えることができる。時間 軸上のウィンドウの幅2 $_{\Delta_f}$ と周波数軸上の幅2 $_{\Delta_f}$ の間に

は、数学的に式(9)に示す不確定性関係がある。

$$2\Delta_{\hat{x}} \cdot 2\Delta_f \ge 2 \tag{9}$$

また,f(t)の時間刻みを Δ_t とすると,ランクrでの g_r の時間 刻み Δ_{tr} は式(10)となる。

$$\Delta_{tr} = \Delta_t \times 2^r \tag{10}$$

したがって、ランクrでのNyquist周波数 $\Delta_{f,r}$ は

$$\Delta_{f,r} = \frac{1}{2 \times \Delta_{t,r}} = \frac{1}{2 \times \Delta_t \times 2^r} \tag{11}$$

となる。Wavelet 変換は数学的に不確定性関係を最小で満 足するため,最も無駄の少ない時間周波数解析の一つと 言える。

計測絶対加速度 $\{_{M}\ddot{x}+\ddot{x}_{0}\}$ は Wavelet 変換により,式(12) のように分解することができる。

$$\left\{_{M} \ddot{x} + \ddot{x}_{0}\right\} = \left\{\sum_{r=1}^{N} g_{Accel,r} + f_{Accel,n}\right\}$$
(12)

 $f_{Accel,n}$ は定数値で、非常に長周期な成分となり、一般的に は誤差成分と考えられるため、ここでは無視することと する。分解されたランクr、i階の絶対加速度を $_i g_{Accel,r}$ と

すると、2回積分することにより建物基部に対する相対 変位は式(13)によって各ランクで求められる。

$${}_{i}g_{Disp,r} = \iint_{i}g_{Accel,r}dt^{2} - \iint_{0}g_{Accel,r}dt^{2}$$
(13)



式(12)および式(13)を用いて、代表加速度および代表変位 は、式(14)および式(15)のように計算できる。

$$\ddot{\Delta} = \sum_{r} \frac{\sum_{i} m_{i \, i \, g} \,_{Accel, r}}{\sum_{i} m_{i}} \tag{14}$$

$$\Delta = \sum_{r} \frac{\sum_{i} m_{i} \cdot_{i} g_{Didp,r}}{\sum_{i} m_{i}}$$
(15)

よって、Wavelet 変換によって分解されたそれぞれのラン クrに対して、代表加速度 \ddot{a}_r および代表変位 Δ_r は独立し て式(16)および式(17)のように計算できる。

$$\ddot{\Delta} = \frac{\sum_{i} m_{i} \cdot_{i} g_{Accel,r}}{\sum_{i} m_{i}}$$
(16)

$${}_{r}\Delta = \frac{\sum_{i} m_{i} \cdot {}_{i} g_{Didp,r}}{\sum_{i} m_{i}}$$
(17)

式(3)のように、Wavelet 変換で分解できるランク数は、 データ数のみに依存しており、また各ランクの振動数の 範囲は、式(11)のように信号の時間刻みにのみ依存してい る。言い換えれば、構造物の自由度数とは無関係である。 各ランクに対する Nyquist 周波数は不確定性関係から規 定されたものであり、仮に 2 つの振動モードが非常に近 く、あるランク内に 2 つのモードが存在したとしても、 計測データからは 2 つのモードを分離することは困難で あることを意味する。計算可能なランク数 n は式(3)で計 算されるが、一般的に高次ランクは非常に長周期となる ので、実際に分解できるモード数は一般的に n よりも少 ない。また、分解されたランク r の振動数範囲に卓越振 動数が存在しない場合は、, $\ddot{\alpha}$ と, Δ の間に有意な相関性 が確認されないことにより判断できる。

さらに,式(18)に示すランクrの等価質量 $_r$ Mを用いると, rランクの代表加速度 $-(,\ddot{\Delta}'+\ddot{x}_0)$ および代表変位 $,\Delta'$ を式 (19)および式(20)のように計算できる。

$$M = \frac{\left(\sum_{i} m_{i \cdot i} g_{disp,r}\right)^{2}}{\sum_{i} m_{i \cdot i} g_{disp,r}^{2}}$$
(18)

$$_{r}\Delta' = \frac{M}{_{r}M}_{r}\Delta \tag{19}$$

$$Q = -M \cdot_r \ddot{\Delta} = -_r M \cdot (_r \ddot{\Delta}' + \ddot{x}_0) \Leftrightarrow_r \ddot{\Delta}' + \ddot{x}_0 = \frac{M}{_r M}_r \ddot{\Delta}$$
(20)

この各ランクの代表変位_r Δ ',代表加速度 $-(, \ddot{\Delta}' + \ddot{x}_0)$ の 傾きは、式(16)および式(17)からランクrでの卓越角振動 数_r ω の2乗となる。

$$\frac{-\frac{-\ddot{\Delta}}{r\Delta}}{r\Delta} = \frac{-\left(\frac{\dot{\Delta}}{r\Delta'} + \ddot{x}_{0}\right)}{r\Delta'} = \frac{-\omega^{2}}{r\Delta'}$$
(21)



表一1 観測記録

この代表変位 $_{r}\Delta'$ および代表加速度 $_{-}\left(_{r}\ddot{\Delta}'+\ddot{x}_{0}\right)$ は、対応 する卓越角振動数 $_{r}\omega$ を用いて、式(22)を解くことにより 求めることができる。

$${}_{r}\ddot{\Delta}' + 2 \cdot {}_{r}h \cdot {}_{r}\omega \cdot {}_{r}\dot{\Delta}' + {}_{r}\omega^{2} \cdot {}_{r}\Delta' = -\ddot{x}_{0}$$
(22)

つまり,弾性範囲では, , Δ' は入力地震動 \ddot{x}_0 の減衰定数,h, 卓越角振動数, ω での応答変位に一致することになる。よって,応答値を推定する際には各ランクの性能曲線(, Δ' $--(,\ddot{\Delta}'+\ddot{x}_0)$ 関係)と入力地震動から計算される要求曲 線を個別に比較すればよいこととなる。

3. 観測建物概要

3.1 横浜国立大学建設学科建築学棟

建物はSRC造で,地上8階地下1階建てである。なお, 地下部分の3方向がドライエリアに囲まれており,地上 9階建て建物として検討した(高さ30.8m)。2008年2月 から各層にIT強震センサーを配置し観測を行った。本建 物は2008年7月から耐震改修工事を行い,工事期間中は 加速度計を一時撤去した。工事完了に伴い,2009年5月 より観測を再開している。よって観測期間は2008年2月 ~7月,2009年5月からは常時観測を行っている。

3.2 横浜国立大学建築学棟耐震改修概要

建物長辺方向(X 方向)においては雑壁の撤去及び, 撤去する壁の高さを調整することによって Iso=0.70 を満 足した。建物短辺方向(Y 方向)では Iso=0.70 を満足し ていない B1~5 階について補強壁を新設,既存壁の増し 打ちによって耐力を向上した。1F と地下階の補強箇所が 同一なため,図-2 に代表して1F 補強箇所を示す。図-3 には改修前後の基準階平面図を示す。

3.3 観測方法

各層にIT強震計を設置し観測を行った。設置箇所は各 層の重心に最も近い柱の傍とした¹⁾ (**図-2, 3(右)**)。

- IT 強震計の性能を以下に示す。
- ・計測加速度計の分解能:24bit
- ・LAN 配線によるセンサー時刻同期(0.01 秒以下)
- ·3軸同時計測

また,屋上階は防水上の理由から現在未設置のため,7 階と8階の観測結果より線形補間を用いて外挿している。



図-4 各地震波最大地動加速度

4. 対象とする観測記録

2008 年 2 月~7 月,2009 年 5 月~12 月までの 14 ヶ月 間に横浜市保土ヶ谷区で震度 1 以上であった地震を 31 波 観測することが出来た。観測した地震波を表-1 に,B1 階で観測した最大加速度を図-4 に示す。番号の「A」は 建築棟の改修前を表し,「B」は改修後を表す。

5. 等価粘性減衰定数, 等価周期算出方法

残余耐震性能判定は2節で述べた性能曲線における最 大応答点から判定を行う¹⁾。5節では性能曲線における最 大応答点から等価周期,等価粘性減衰定数を算出する方 法について述べる。また,算出結果を比較するための他 の3つの算出方法についても述べる。

5.1 性能曲線最大応答点を用いた算出方法

Wavelet分解によってモード分解された性能曲線において、1次モード成分が含まれるランクを主要なランクと考え、主要ランク性能曲線上の最大応答点から等価周期と等価粘性減衰定数を算出した。式(21)を用いて最大応答点から_,@を算出し、等価周期を求める。次に、等価粘性減衰定数をパラメータとし、入力地震波から算出した要求曲線上の傾き_,@の変形が性能曲線の最大応答点と一致するように収束計算を行って、等価粘性減衰定数_,hを算出した(**図-5**)。

また,建築棟の卓越周期はX方向,Y方向ともに 0.32 秒~0.64 秒内と考えられるため¹⁾(**図**-6),ランク4とラ ンク5に1次モード成分が含まれていると考えられる。 また,ランク6においても,代表加速度^Δ,と代表変位Δ, の間に有意な相関性があると考えられたため,主要ラン クはランク4, ランク5, ランク6, の足し合わせとした。

5.2 非線形最小二乗近似を用いた伝達関数CF法⁴⁾

40

等価一自由度に縮約した主要ランク代表加速度と地動加 速度から伝達関数を算出し,式(23)に示すi階の伝達関数 H_{i(ω)}の理論式にあてはめることによって等価周期と等価 粘性減衰定数を算出した⁴⁾。



ここで、 $_{s}u_{is}\beta_{s}$: 刺激関数、 $_{s}h$: s次の減衰定数、X: 振動数、 F_{s} : s次の卓越振動数である。

現在観測している最上階である 8Fのデータを用いて 算出した。_ru_{8r}β, ,h, F,をパラメータとし非線形最小二 乗近似を用いて収束計算を行った。**図ー7**に算出結果例 を示す。

5.3 非線形最小二乗近似を用いた FFT CF 法

地震動に対する 1 自由度系の弾性応答加速度は周期と 減衰定数が決まれば求めることができる。この弾性応答 加速度に等価質量比_rM/Mをかけた 1 自由度系の応答加 速度($\ddot{y}' + \ddot{x}_0$)を、フーリエ変換したものを理論曲線と呼 ぶ。等価周期_r ω ,減衰定数_rh,等価質量比_rM/Mの3つ をパラメータとして、この理論曲線が観測記録から算出 した代表加速度($_r\ddot{\Delta}' + \ddot{x}_0$)のフーリエスペクトルに最も 近くなるように、非線形最小二乗近似を用いて収束計算 を行った。**図-8**に算出結果例を示す。

5.4 1/_{√2}法による算出法⁶⁾

等価一自由度に縮約した代表加速度と地動加速度から 伝達関数を算出し、 $1/\sqrt{2}$ 法によって等価周期_{$r}<math>\omega$,等価 粘性減衰定数_thを算出した⁶。また、伝達関数は前後 10step の移動平均によって平滑化を行っている。ピーク</sub>







図-8 FFT Fitting 結果例(地震波 B-4 X 方向)

振動数における伝達関数の 1/√2 の高さとなる振動数が、 伝達関数のばらつきによって 3 点以上ある場合は、2 点 となるまで同様の平滑化を繰り返し行っている。算出結 果例を図-9 に示す。



6. 解析結果および検討

6.1 等価周期

前節で述べた4通りの算出方法によって求めた等価周 期の結果を図-10,11に示す。いずれの算出方法におい ても改修前後において等価周期の変化が確認できた。表 -2には改修前と後でそれぞれ算出された等価周期の平 均値とその標準偏差を併せて示している。最大応答点か ら算出した結果では、X方向において平均値は0.39秒か ら0.41秒に延びており、これは雑壁の除去による剛性の 低下によるものと考えられる。Y方向において平均値は 0.49秒から0.45秒に短くなっており、これは補強壁の新 設、増し打ちによる剛性の増加によるものと考えられる。

最大応答点から算出した等価周期を他の方法による算 出結果で除したものを図-12,13に示す。最大応答点か ら算出した結果は他の方法に比べて周期が大きくなる傾 向となり,他の算出方法と比べて,最大応答点から算出 した結果は平均で3%前後の誤差となった(表-2 中比率)。





図-11 Y方向 等価周期

表--2 算出周期比較

-						
			最大応答点	伝達関数CF	FFT CF	1/√2法
X 方向	改修前	平均	0.391秒	0.377秒	0.38秒	0.377秒
		標準偏差	0.0173	0.0058	0.0049	0.0083
		比率(平均)	100.0%	96.4%	97.2%	96.5%
	改修後	平均	0.413秒	0.393秒	0.401秒	0.393秒
		標準偏差	0.0177	0.0074	0.0134	0.0099
		比率(平均)	100.0%	95.3%	97.1%	95.3%
Y 方向	改修前	平均	0.489秒	0.478秒	0.483秒	0.477秒
		標準偏差	0.0112	0.0072	0.0057	0.0097
		比率(平均)	100.0%	97.6%	98.8%	97.6%
	改修後	平均	0.446秒	0.434秒	0.454秒	0.439秒
		標準偏差	0.0216	0.0243	0.0123	0.0309
		比率(平均)	100.0%	97.3%	101.7%	98.4%



図-12 X 方向 最大応答点算出/各算出方法



6.2 等価粘性減衰定数

5節で述べた4通りの算出方法によって求めた等価粘 性減衰定数を図ー14,15に示す。どの算出方法の結果も ばらつきが大きい。横軸を縮約した最大相対変位(式 (17)),縦軸を算出した等価粘性減衰定数としたグラフを 図-16に示す。図-17には震度と等価粘性減衰定数の関 係を示す。Y方向の変位がX方向に比べて大きいデータ が多かったため、両グラフ共Y方向のみ示す。また、比 較的安定した結果が得られたFFTを用いたCF法を比較 のためグラフ上に示した。変形、震度が小さい時は等価 粘性減衰定数に大きなばらつきが見られる。また、変形・ 震度が大きい場合においては、2%~6%程度で比較的安 定しているようにも見えるが、データ数が少ないため今 後も引き続き観測を行う必要がある。



図-14 X 方向 等価粘性減衰定数



図-15 Y方向 等価粘性減衰定数

7. まとめ

Wavelet 変換を用いたモード分解法によって作成した 性能曲線から等価粘性減衰定数,等価周期を算出する方 法を FFT, 伝達関数を用いた CF 法, $1/\sqrt{2}$ 法と比較す ることにより検討を行った。得られた知見を以下に示す。

- (1) 本手法によって等価周期, 等価粘性減衰定数が求め られた。
- (2) 性能曲線上の最大応答点から算出した等価周期は、 他の算出方法に比べて大きくなる傾向があった。
- (3) 等価粘性減衰定数は変形,震度が小さい時はばらつ く結果であった。変形・震度が大きい場合は2%~6% 程度に安定しているように見えるが,データ数が少 ない現状では,変形・震度と等価粘性減衰定数の関 係性の傾向を読み取ることは困難であった。今後も 引き続き観測を行うことによって検討を重ねていく。



謝辞:本研究は,科学研究費補助金(基盤研究 C 課題番 号 19560566 研究代表者 楠浩一)の補助を受けて実施 した。また加速度計の観測網システムの構築には株式会 社セントラルコーポレーションの荒木正之様と東京大学 地震研究所の伊藤貴盛様に多大なる御協力を頂きました。 名古屋大学の勅使川原正臣教授には研究において多大な るご指導,ご協力を頂きました。

参考文献

- 楠浩一ほか:リアルタイム残余耐震性能判定装置の 開発 その 1~10,日本建築学会学術講演集,2003 ~2009年
- 2) 楠浩一, 勅使川原正臣: リアルタイム残余耐震性能 判定装置の開発のための加速度積分法, 日本建築学 会構造系論文集, No.569, p.119-126, 2003.7
- 松本裕史,前田礼一郎,楠浩一,田才晃:Wavelet 変換を用いた性能曲線のモード分解法の有効性に関 する実験的研究,コンクリート工学年次論文集,31 巻2号p.895-900,2009年
- 4) 楠浩一,岡田恒男,中埜良昭,隈澤文俊:鉛直地震動が建物の応答性状に与える影響 その 3 弾塑性 領域での水平・鉛直応答性状の比較,日本建築学会 学術講演集, p.505-506, 1995 年
- ・ 榊原進:ウェーブレットビギナーズガイド 東京電

 ・ 機大学出版局 1995 年
- 6) 建築物の減衰:日本建築学会出版 2000年