論文 RC 造壁の待機冗長系並列モデルによる信頼性評価に関する基礎的研 究

中村 成春*1

要旨:本研究は, RC 造壁を対象に, 2 重待機冗長系並列モデルの適用による信頼性評価に及ぼす影響を検討 した。その結果,仕上材料の平均耐用年数と確率密度と,また, RC 造躯体のかぶり厚さと中性化深さの R-S モデルによる確率を畳込み積分して,待機冗長系並列モデルの信頼性を求める評価手法を開発した。そし て,かぶりコンクリートの中性化を事例に,仕上材料の平均耐用年数に伴う RC 造躯体のバリア機能のあい まいさを,2 重待機冗長系並列モデルによる信頼度となる確率で定量的に示すことができた。 キーワード:かぶりコンクリート,仕上材料,信頼性,待機冗長系,中性化

1. はじめに

建築物外壁は, 躯体, 仕上材料, 金物等付属物の多種 多様な材料を組合せて造られ, その全体で建築の壁部材 としての性能を発揮している。メンテナンスにおける修 繕周期を考える場合, 壁部材全体の寿命というよりは, 壁部材の各種構成材料のうち, 短期寿命の材料に応じる ことが多く, 修繕周期ごとの足場仮設等のコスト負担を 軽減するため, 適宜, 短期寿命材料の修繕だけでなく, 近々に寿命に至るであろう他材料の修繕も, 予防保全と して同時に合わせて行う場合も多い。

このようなことは,壁部材全体の寿命に応じた最適な 修繕周期について,各種の構成材料の寿命や修繕周期を 十分に考慮せず,工学的な根拠が不明確なまま修繕時期 を決定し,修繕を実施している状況にあるといえる。

そこで,建築物外壁の最適な修繕周期を得る手掛かり として,信頼性工学手法を利用し,壁部材全体を上位ア イテムに,壁部材を構成している各種材料を下位アイテ ムと定義して,上位アイテムの信頼性は,組み合せる下 位アイテムの信頼性から評価することを考える。

本研究は, RC 造壁を対象に, 信頼性工学手法におけ る待機冗長系並列モデルの適用による信頼性評価に及 ぼす影響を基礎的に検討することを目的とした。

2. 待機冗長系並列モデルによる信頼性評価方法の検討 2.1 信頼性工学手法による信頼性評価の基本式

信頼性の評価方法は、確率密度関数 f(x)、確率分布関数 F(x)を基本とする^{1~5)}。連続形の確率変数 x の分布曲線を y=f(x)と考え、変数 $x_1 \ge x_1+dx$ の間にある確率 $Pr[x_1 \le x \le x_1+dx]$ は、式(1)になる。

$$\Pr[x_1 \le x \le x_1 + dx] = f(x_1)dx$$
(1)

この式(1)を、変数 x のとりうるすべての範囲[$-\infty \leq x$ $\leq \infty$]にわたって積分し、式(2)のように1を満たすとき、 分布曲線 y=f(x)は、変数 x の確率密度関数 f(x)となる。

$$\int_{0}^{\infty} f(x)dx = 1 \tag{2}$$

ここで、変数 x が、ある特定の変数 x₁ より小さい値を とるとき、確率分布関数 F(x₁)となり、式(3)になる。

$$F(x_1) = \Pr[0 \le x \le x_1] = \int_0^{x_1} f(x) dx \quad (3)$$

この確率分布関数 F(x)は、不具合の発生割合や故障の 発生割合を示す指標となり F(0)=0, F(∞)=1 になる。

また,全体に対する変数 x_1 までの故障割合を表す確率 分布関数 $F(x_1)$ の反意は,信頼性を表す信頼度関数 $R(x_1)$ となり,式(4)になる。

$$R(x_1) = 1 - F(x_1)$$

=
$$\Pr[x_1 \le x \le \infty] = \int_{x_1}^{\infty} f(x) dx$$
⁽⁴⁾

この信頼度関数 R(x₁)は, R(0)=1, R(∞)=0 となる。

一方,変数ベクトル x の関数である破壊基準関数 g(x) を式(5)とする 6 。

$$g(x) = g(x_1 x_2 \dots x_n) \tag{5}$$

g(x)>0ならアイテムは安全で、 $g(x) \leq 0$ ならアイテムは 破壊する。g(x)が負の値となる領域における同時確率密 度関数 $f_{1,n}(x_1 \ x_2 \cdots x_n)$ として、変数ベクトル x の破壊確 率 Pf は、式(6)になる。

$$Pf = \Pr[g(x) \le 0] = \int \dots \int f_{1,n}(x_1 x_2 \dots x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n$$
⁽⁶⁾

2.2 仕上材料と RC 造躯体の 2 重待機冗長系並列モデル

仕上材料の RC 造躯体に対するバリア機能効果に着目 して,仕上材料と RC 造躯体それぞれにおける破壊基準 関数に支配される複数アイテムを並列に組み合わせた 全体の破壊確率を考える。すなわち,仕上材料が破壊す

*1 大阪工業大学 工学部建築学科准教授 博(工)(正会員)



図-1 2 重待機冗長系並列モデルの概要

るとそのバリア機能が喪失して、下地の RC 造躯体の劣 化が始まる状況を想定し、文献^{1~5)}で解説される2重待 機冗長系並列モデルの適用を考えることにした。なお、 国内外の既往研究を概観して、仕上材料と RC 造躯体の 劣化解析に、本研究で取り組んだ待機冗長系並列モデル の適用例は、全くなかったことを付記しておく。

待機冗長系並列モデルの基本的な考え方を,文献^{4,5)} 等を適宜引用しつつ,仕上材料が躯体に対して発揮する バリア保持機能にあてはめて説明する。図-1に2重待 機冗長系並列モデルの概要を示す。

待機冗長系並列モデルでは、常時作動の冗長部分の仕 上材料アイテムで経時変化が生じて劣化していく。しか し、切替スイッチで制御される待機冗長部分となる躯体 アイテムは、待機中では作動しないため劣化しない。こ のため、待機冗長系並列モデル全体は、待機アイテムを 持つことにより機能喪失のリスクを減じる効果を有す る。一方、切替スイッチの作動リスクも考慮する必要が ある。本研究の適用事例では、部材表層の仕上材料が破 損するとバリア機能が喪失して、ただちに部材内部の躯 体の劣化事象に切り替わることを考えており、ここでの 切替スイッチの作動リスクは、バリア機能のモデル構成 に対する便宜上の事項になる。

2 重待機冗長系並列モデル全体の信頼度は、2 つのア イテムの確率密度関数 $f_{\pm}(t_1) \ge f_{\underline{w}}(t_2)$ 、および切替スイッ チが要求時に機能を果たす確率 Rs に依存する。この場 合の t 時刻までの結合確率は、次の考えが成立する。

P(t時刻まで全体が破損しない)

=P[(t時刻まで仕上材料が破損しない)

または(仕上材料がζ<t なるζ時刻に破損し, かつ切替スイッチが働き、

かつ躯体がζ時刻からt時刻まで働く)]

ここで,「または」で結ばれる 2 つの事象は排他的である。したがって,式(4)を踏まえて次のように表現できる。

R(t) = Ra(t)

+P(仕上材料がζ<t なるζ時刻に破損し,

かつ切替スイッチが働き,

かつ躯体がζ時刻からt時刻まで働く)] 待機冗長系部分の第2項の3つの事象は独立である。



したがって、2 重待機冗長系における信頼度 R(t)は、 仕上材料アイテムが時刻 t まで破損しない確率 Ra(t)と、 排他的関係の待機冗長系部分になる仕上材料アイテム が破損時に躯体アイテムに切り替わって躯体アイテム が時刻 t まで破損しない確率 Rb(t)の和の式(7)になる。

$$R(t) = R_a(t) + R_b(t) \tag{7}$$

信頼度 Ra(t)は、仕上材料アイテムが破損なしで機能し 続ける確率である。仕上材料自体の破壊確率 Pf_世=F_世(t) は、仕上材料の耐用年数を寿命判定指標として、ある確 率分布を持つ平均耐用年数ζ[年]を寿命までの抵抗 R に、 経過時間 t[年]を外的作用 S とした R-S モデル⁶⁰の破壊 基準関数式(8)から求めることにした。

$$g(t) = R - S = \zeta - t \tag{8}$$

信頼度 Ra(t)は、式(8)を適用した式(6)にしたがう破壊 確率 Pf_{tt}から式(9)となる。

$$R_a(t) = 1 - Pf_{++} \tag{9}$$

次に,待機冗長系部分の第2項の信頼度 Rb(t)は,図-2の様子から確率無限小事象の考え方で求められ,切替 スイッチの信頼度を一定とするとき,式(10)で表される。

$$R_{b}(t) = R_{s} \cdot \int_{0}^{t} f_{\Re}(t_{2}) dt_{2} d\zeta$$
(10)

ここで、切替スイッチが時刻 t まで破損しない確率 Rs は、便宜上の事項のため、Rs=1 になる。

ついで、待機冗長系部分の信頼度 Rb(t)は、仕上材料ア イテムが 0 から t までの時間領域のある時点ζ (ζ<t) で 破損するとき、切替スイッチが信頼度 Rs=1 で働き、躯 体アイテムに切り替わる。躯体アイテムはζから t まで作 動し、躯体アイテムが時間 t-ζまで破損しない確率であ る信頼度は $R_{w}(t-\zeta)$ となる。

切替スイッチが働くということは、これらの事象が同時に起きた場合で、式(10)は、dζという時間要素について0からtまで畳込み積分した式(11)に変換でき、待機冗長部分の信頼度 Rb(t)が求められる。

$$R_b(t) = R_s \cdot \int_0^t R_{\mathfrak{M}}(t-\zeta) \cdot f_{\mathrm{ft}}(\zeta) d\zeta \quad (11)$$

RC 造の中性化に関して考えるとき,風雨にさらされ る屋外のコンクリート中の鉄筋は,中性化領域が鉄筋表 面に到達すると同時に腐食して寿命になると考え,その 平均かぶり厚さ<u>d[mm]</u>を抵抗Rに,平均中性化深さ<u>c(t)</u> [mm]を外的作用SとしたR-Sモデルを破壊基準関数式 (11)に設定する。

$$g(x) = R - S = \underline{d} - c(t) \tag{11}$$

信頼度 R _躯(t)は,式(11)を適用した式(6)にしたがう破 壊確率 Pf _躯から式(12)となる。

$$R_{\mu\chi}(t) = 1 - P f_{\mu\chi} \tag{12}$$

中性化深さ <u>c(t)</u>は、文献⁷⁾の仕上なし条件の修正岸谷式 (13)から計算した。なお、躯体アイテムの信頼度 R_&(t- ζ)が、仕上材料アイテムにより材齢ζになるまで保護され ているため、中性化は、材齢ζから始まることとした。

$$\underline{c(t)} = 10 \cdot A \cdot \sqrt{(t - \zeta)} ; t - \zeta < 0 \rightarrow t - \zeta = 0$$

$$A = \frac{r \cdot (W / C - 0.25)}{\sqrt{0.3 \cdot (1.15 + 3 \cdot W / C)}}; [W / C \ge 0.6]$$

$$A = \frac{1}{\sqrt{7.2}} \cdot r \cdot (4.6 \cdot W / C - 1.76); [0.4 \le W / C < 0.6]$$

$$r = r_1 \cdot r_2 \cdot r_3$$
(13)

ここで、平均中性化深さ <u>c(t)</u> [mm], t:期間[年], W/C: 水セメント比, r:中性化比率, r_1 :劣化外力による係数, r_2 :仕上材による係数, r_3 :セメントによる係数。

2.3 待機冗長系並列モデルの特徴

信頼性および信頼度は、JIS Z 8115 信頼性用語にて、 アイテムが与えられた条件で規程の期間中、要求された 機能を果たすことができる性質および確率と定義され る。また、アイテムは、信頼性の対象となるシステム(系)、 機器、構成品、要素等の総称あるいはいずれか、と定義 され、信頼性を考えるあらゆる事象にあてはめられる。 信頼度が0になることは、要求された機能をまったく果 たすことができない状態の確率となる。

一般に、複数アイテムで構成されたシステムについて、 どれか1つのアイテムの破損がシステム全体の破損を引 き起こすアイテムの構成(あるいは、すべてのアイテム が正しく機能を発揮しているときだけ、システム全体が 正しく機能する構成)は直列接続モデルで表され、また、 一部のアイテムが破損してもシステム全体の破損に結 びつかないアイテムの構成(あるいは、一部のアイテム が正しく機能を発揮していれば、システム全体として正 しく機能する構成)は並列接続モデルで表される。本研 究が対象としている仕上材料と RC 造躯体を組み合わせ たシステムの構成は、実際の破損状況に照らして直列接 続モデルにはならないことは自明である。 最も単純な2つのアイテムAとBで構成されたシステムについて、Aの破損が起こる確率 P(A)と、Aの破損が起こったときにその条件下でBの破損の起こる確率(Bの条件付確率)を P(B | A)として、従属事象における確率の乗法定理より、その両方同時を表す積集合となるシステム全体の破損の結合確率は、式(14)になる⁵⁾。

 $P(A \cap B) = P(A) \times P(B \mid A)$ (14) ここで、アイテム B がアイテム A に影響されない、すな わち、アイテム A とアイテム B とが独立とみなせること は、アイテム A の出現を前提としてもアイテム B の確率 は影響されないということになる⁵⁾。そこで、アイテム A を仕上材料の破損状況で、アイテム B を RC 造躯体の 破損状況で考えた場合、RC 造躯体の破損状況自体は、 仕上材料の破損が出現することを前提にしているがそ の劣化メカニズムは独立となる。したがって、条件付き の結合確率式(14)は、アイテム A と B が互いに独立の場 合を考えることができ、式(15)になる。

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$	(15)
----------------------------------	------

この式(15)を式(4)の信頼度Rで考えると式(16)になる。

 $R(A \cup B) = 1 - P(A \cap B) = 1 - (1 - R(A)) \times (1 - R(B))$ = R(A) + R(B) - R(A) × R(B) (16)

式(16)は、アイテムAとBが単純に並列接続された並 列冗長系モデルになる。並列冗長系とは、基本的には常 に2つのアイテムを作動させておき、一方が破損した場 合に瞬時に他アイテムに切り換わるもので、物理的には 2つのアイテムがホットスタンバイ状態にある。

一方,2つのアイテムAとBが排他的な関係にある待 機冗長系並列モデルでは,待機部分のアイテムが物理的 にコールドスタンバイ状態にある。実際の仕上材料が施 された RC 造躯体の劣化過程は,仕上材料のバリア機能 により,並列冗長系モデルで定義されるホットスタンバ イ状態ではなく,待機冗長系並列モデルで定義されるコ ールドスタンバイ状態に近いことは自明である。すなわ ち,本研究で取り組んだ仕上材料と RC 造躯体を組み合 わせた信頼性の評価にあたっては,待機冗長系並列モデ ルが,単純な並列冗長系モデルよりも一般的になる。

3. 2 重待機冗長系並列モデルのケーススタディの概要

RC 造躯体に仕上材料を施工した外壁のかぶりコンク リートを考え,信頼性のケーススタディを行う。

表-1 にかぶりコンクリートおよび仕上材料の解析条件を示す。かぶりコンクリートの品質となる水セメント 比は 60%で,平均かぶり厚さを 35mm の普通強度コンク リートとした。各材料の確率密度の形状や変動係数は, 著者の既報⁸⁾の調査結果を踏まえて設定した。

仕上材料の平均耐用年数は12年と24年の2条件とし、 仕上材料の破損率による確率密度の形状を,対数正規分 布と正規分布に分けて設定した。ここでの仕上材料は, タイル張りを想定した。これは,既報⁸⁾の文献調査結果 にて,竣工後15年までのデータに基づき分析して,対 数正規分布の当てはまりが良かったことによる。平均耐 用年数24年条件で正規分布としたのは,12年からさら に年数が経つと,仕上材料の破損率の増加が予想され, ばらつきが正規分布に近くなると考えたことによる。

表-1 かぶりコンクリートおよび仕上材料の解析条件

<u>a) かぶりコンクリー</u>	トの品質	
水セメント比	W/C [%]	60
中性化比率	$r=r_1 \cdot r_2 \cdot r_3$	1
平均かぶり厚さ	<u>d</u> [mm]	35
解析期間	t[年]	80
かぶり厚さの確率	密度の形状	正規分布
かぶり厚さの変動	系数	0.3
中性化深さの確率	密度の形状	正規分布
中性化の変動係数	7	0.5

b) 仕上材料の条件1

	11.5	
仕上材料の破損	率の確率密度	対数正規分布
平均耐用年数	ζ[年]	12
変動係数		1.4

c) 仕上材料の条件2

仕上材料の破損率の確率密度	正規分布
平均耐用年数 <u> く</u> [年]	24
変動係数	0.3

2 重待機冗長系並列モデルのケーススタディの結果 及び考察

図-3 および図-4 に、仕上材料と RC 造躯体の R-S モデルをベースにした 2 重待機冗長系並列モデルの解析 結果を示す。図-3 が仕上材料の耐用年数 12 年条件を, 図-4 が耐用年数 24 年条件の結果になる。

図-3の平均耐用年数 12 年条件では、変動係数が大き く、タイルが剥離したものや、剥離していないものなど が混在して、ばらつきが大きい状況を設定している。そ のばらつき状況が、確率密度関数 f_{tt} の結果からよく分か る。その確率密度関数に応じて信頼度 R_{tt} =Raが求まり、 設定した平均耐用年数の材齢 12 年で R_{tt} =25%程度にな っていることがわかる。

一方, 躯体の中性化が, 仕上材料の平均耐用年数 12 年を過ぎてから始まり, かぶり厚さに応じて, 埋設鉄筋 が腐食発生しない確率となる信頼度 R $_{\text{w}}$ が R-S モデル 計算により求まり, 材齢 80 年で R $_{\text{w}}$ =60%程度になって いることが分かる。

これらの確率密度関数 f_tと信頼度 R_駆と材齢 t を適用 して,待機冗長部の信頼度 Rb が求まり,仕上材料の平 均耐用年数 12 年を越えた当たりから,破損した仕上材



図-3 仕上材料の平均耐用年数 12 年条件における RC 造壁の 2 重待機冗長系並列モデルの解析結果





料の信頼性をカバーするように信頼度 Rb=70%以上で 徐々に増加していく状況がわかる。

最後に、システム全体の信頼度 R が Ra と Rb の和で求 まり、仕上材料の平均耐用年数 12 年を越えた当たりか ら信頼度 R が下がり、材齢 80 年で R=98.4%程度になっ ていることがわかる。

図-4 の平均耐用年数 24 年条件では,確率密度関数 f ^仕が比較的ばらつきの少ない正規分布の状況になってお り,信頼度 R_仕=Ra が材齢 24 年当たりで急激に低下し ていることがよく分かる。

躯体の中性化は、仕上材料が損傷した材齢 24 年から 始まり、材齢 80 年で信頼度 R_躯=65%となった。

待機冗長部の信頼度 Rb は、仕上材料のばらつきの少 なさを反映し、仕上材料の平均耐用年数 24 年の前後で 急激に信頼度 Rb が増加している。

最後に,仕上材料の平均耐用年数 24 年条件のシステ ム全体の信頼度 R は,平均耐用年数 12 年条件よりも大 きく,仕上材料のバリア機能が定量評価できていること がわかる。

以上より, RC 造壁に, 信頼性工学手法における 2 重 待機冗長系並列モデルの適用は, 仕上材料の RC 造躯体 に対するバリア機能を定量化できることが分かった。

5. まとめ

本研究は, RC 造壁を対象に, 2 重待機冗長系並列モデ ルの適用による信頼性評価に及ぼす影響を検討した。そ の結果, 次のことを示した。

- 仕上材料の平均耐用年数と確率密度と、また、RC造 躯体のかぶり厚さと中性化深さの抵抗R-作用Sモデ ルによる確率を畳込み積分して、待機冗長系並列モデ ルの信頼性を求める評価手法を開発した。
- 2) 仕上材料の確率密度の形状に依存したばらつきが、待 機冗長部の確率のばらつき形状に強く反映されてい ることを定量的に示すことができた。
- 3) かぶりコンクリートの中性化を事例に、仕上材料の平 均耐用年数に伴う RC 造躯体のバリア機能のあいまい さを、2 重待機冗長系並列モデルによる信頼度となる 確率で定量的に示すことができた。

Appendix 畳込み積分の図式解法

本文中の式(11)の畳込み積分を解く方法は、フーリエ 変換など様々にあるが、本論文ではエクセル表計算ソフ トなどで簡単に対応できる図式解法⁹⁾を適用した。図-A1 に畳込み積分の図式解法の概要を示す。

次の畳込み積分式(a1)があるとする。

$$y(t) = \int_0^{t^1} x(\tau) \cdot h(t-\tau) d\tau \qquad (a1)$$



図-A1 畳込み積分の図式解法の概要

まず、 $t=\tau$ として、各 τ に対する $h(\tau)$ を求め、「1) 折返 し」として $t=-\tau$ を考え、 $h(\tau)$ との関係を求める。

次に,解析期間 t=t1 を t=- τ に加えて「2)推移」と して t=t1- τ を考え, h(t1- τ)との関係を求める。 そして, $t=\tau$ として, 各 τ に対する $x(\tau)$ を求め, 「3) 乗 算」として $x(\tau)$ と $h(t1-\tau)$ をかけ算し, $t=\tau$ と $x(\tau) \cdot h(t1-\tau)$ の関係を求める。

最後に, x(τ)·h(t1-τ)の dt ごとの面積を算定し, 解析 期間 t1 まで累積する「4) 積分」によって, 畳込み積分 結果が得られる。

謝辞

本研究の一部は, 文科省 H21~23 年度科学研究費補助 金基盤研究(C)(一般)課題番号 21560580(代表者:中村成 春)の助成により実施しました。

参考文献

- 1) 福井泰好:入門 信頼性工学, 森北出版, pp.105-106, 2006.7
- 真壁 肇,鈴木和幸,益田昭彦:品質保証のための信頼 性入門,日科技連出版社,pp.126-129,2002.3
- 3) 塩見 弘:改訂二版 信頼性工学入門, 丸善, pp.109-113, 1972.1
- 4) Siddal, James N., 日本語訳 高原康彦, 中野文平, 石川 宏, 中野一夫:新しい工学設計のアプローチ コンピュ ータによる確率設計法<下>, 構造計画研究所, pp.22-24, 1985.11
- 5) 道上勉, 向殿政男: EE Text 信頼性・安全性工学, オ ーム社, pp.35-63, 2009.9
- 6)長尚:改訂新版基礎知識としての構造信頼性設計, 山海堂, pp.50-56, 1995.4
- 7) 日本建築学会編:鉄筋コンクリート造建築物の耐久設 計施工指針(案)・同解説,丸善,2004.3
- 8) 中村成春, ニー ムイ ゲッチ:中性化及び塩分浸透に 対するかぶりコンクリート品質の信頼性評価に関す る基礎的研究,日本コンクリート工学協会年次論文集, Vol.32, No.1, 2010.7
- 9) Brigham, E.O., 訳 宮川洋, 今井秀樹:高速フーリエ変 換, 科学技術出版社, pp.57-84, 1979.12