

論文 SPH 法を用いた鉄筋モルタルはりの衝撃破壊挙動の評価に関する基礎的研究

徳丸 祥一朗^{*1}・園田 佳巨^{*2}・深澤 仁^{*3}・Shahrul Niza Mokhtar^{*3}

要旨: SPH 法は連続体を粒子で離散化し、各粒子の挙動はある一定範囲内に存在する他粒子の物理量を kernel 関数を用いた重み付き平均によって求める手法で、FEM のような要素間の結合条件が付加されないため、ひび割れの進展にともなう破壊現象を容易に再現できる利点を有している。本研究では、SPH 法を用いて RC はりの衝撃荷重を受けた時の破壊モードや応答変位などの精度良い解析手法の開発を目的とし、材料異方性を考慮した直交異方性構成則の適用と引張破壊にともなう応力解放を表現した軟化モデルの導入を試みた。さらに、解析精度を検証するための衝撃実験を行い、ひび割れ分布や変位応答の精度について考察した。

キーワード: SPH 法, 破壊モード, 引張軟化, 直交異方性構成則

1. 諸言

これまでに衝撃荷重が作用する鉄筋コンクリート構造物の耐衝撃性能を把握するために、衝撃実験や解析に関する研究が数多く行われてきた。その結果、衝撃荷重による RC はりの比較的軽微な破壊現象は、汎用の有限要素解析ソフトなどで推定できることが確認されている^{1),2)}が、断面全体に達するひび割れや裏面剥離・貫通などの破壊については、要素間の結合と形状関数を用いている有限要素法の適用は困難であり、未だに定量的に信頼性がおける評価法は確立されていない。一方、SPH 法は Lucy や Monaghan らによって提案された解析手法で、当初は圧縮性流体を対象に開発が進められたが³⁾、現在では流体解析のみならず固体の衝撃解析や熱伝導解析などにも用いられている。SPH 法の基本的な考え方は、連続体を粒子の集合体として離散化し、各粒子の挙動はある一定範囲内に隣接する他粒子の物理量を kernel 関数(重み関数)を用いて重み付き平均によって求めるもので、粒子間距離に応じた重みによって粒子同士の相互作用を変化させながら運動方程式を解くことから、メッシュに依存しない解析手法の代表的な一つとして挙げられる^{4),5),6)}。したがって、通常の有限要素法とは異なり、粒子同士に結合・連続性の条件が課されないため、ひび割れや破壊といった変形の進展にともなう要素(粒子)間の分離が容易に再現できると考えられる。

ところで、構造部材としての鉄筋コンクリートはりは、断面内に生じる曲げモーメントとせん断力の比によって、部材が曲げ変形した上で破壊に至る曲げ破壊型と、ウェブ部に斜め方向に発達するひび割れが進展することで急な破壊に至るせん断破壊型に大別される。一般に、鉄筋コンクリートはりのせん断破壊は、ひび割れ発生か

ら破壊に至る過程で耐力が急激に低下することが多く、曲げ破壊型に比べて危険である場合が多い。そのため、通常はせん断破壊が発生しないように断面寸法や軸方向鉄筋が設計されるが、衝撃的な荷重が作用した場合のせん断余裕度は、静的荷重に対する値よりも小さいことも想定され、その照査には特別な配慮が必要であると考えられる。そこで本研究では、衝撃荷重が作用した時の RC はりの破壊モードを正確に推定できる解析手法の開発を目的として、鉄筋モルタル供試体を用いた衝撃実験を行い、SPH 法を用いた衝撃応答解析の検討を試みた。

本研究では、ひび割れ発生後の鉄筋モルタルはりの衝撃応答を精度良く評価するために、引張破壊にともなう応力解放を表現した軟化モデルを適用した。また、せん断破壊挙動を再現するために、材料異方性を考慮した直交異方性構成則の SPH 法への導入を試みた。さらに、本研究で開発した SPH 法をベースとした衝撃応答解析の精度を検証するために、曲げ破壊とせん断破壊のそれぞれ異なる破壊モードを想定した2種類の供試体を作成し、重錘落下衝撃実験によるひび割れ分布と変位応答を解析結果と比較・考察することで、本手法の定量的な妥当性の検討を行った。

2. 実験概要

実験に用いたモルタル供試体の側面図および断面図を図-1、図-2に示す。図のように支点間距離 800mm の供試体(A)と 400mm の供試体(B)の2種類を作成した。供試体(A)は曲げ耐力、斜めひび割れ耐力、せん断圧縮破壊耐力の関係から、曲げ破壊すると試算された。一方で供試体(B)は同様の計算よりせん断圧縮破壊すると試算されている。どちらの供試体も断面は同じ寸法であり、

*1 九州大学大学院 工学府建設システム工学専攻 修士課程学生 (正会員)

*2 九州大学大学院 工学研究院建設デザイン部門 教授 工博 (正会員)

*3 九州大学大学院 工学府建設システム工学専攻 博士課程学生

下面および側面から 20mm の位置に D10 鉄筋を配置している。また供試体(A)は曲げ耐力とせん断耐力との比であるせん断余裕度を増加させるため、せん断補強筋を図中に示す位置に配置している。実験ケースは、支点間距離 800mm の供試体(A)は 2.2m/s、400mm の供試体(B)は 1.4m/s で重錘を衝突させた。

図-3 には本実験で使用した落錘型衝撃実験装置を示している。重錘は 100kg のものを用いており、誘導レールによって自由落下させる。また重錘の底面には 200kN まで計測可能なロードセルを用いた。図-4 に本実験における計測項目を示す。ロードセルに内蔵された加速度計により重錘衝撃力を、供試体の両面にプレートを貼り付けレーザー式変位計により変位を、そして側面から高速動画と全体動画を記録した。なお、重錘落下による荷重を面状に作用させるため、はりの上面に鋼板を接着し、鋼板にロードセルを衝突させている。なお、本研究で用いた落錘型衝撃実験装置は高さ約 3m と比較的寸法の小さいものであり、重錘も最大で 200kg までという実験装置の制約があったため、本研究では図-1、図-2 のように圧縮強度が 16.1kN/mm² という低い強度のモルタルで断面寸法が小さな供試体を作成することにした。

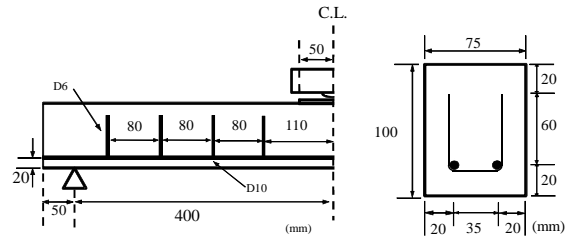


図-1 支点間距離 800mm 供試体 (A)

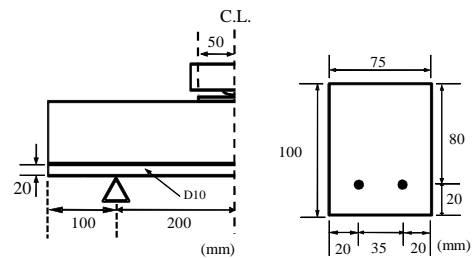


図-2 支点間距離 400mm 供試体 (B)



図-3 落錘型衝撃実験装置

3. 解析理論

3.1 SPH 法の概要

SPH 法は連続体を粒子の集合体とみなし、各粒子の物理量を、式(1)による kernel 関数を用いた重み付き平均を行うことによって求めていく手法である。

$$f(x) \approx \int f(x') W(x-x', h) dx' \quad (1)$$

ここで $f(x)$: 物理量, h : 影響半径, W : kernel 関数である。SPH 法では、評価点からある影響半径内の領域積分を、図-5 のような影響半径内に存在する別の評価点の物理量を合算することで近似する。影響半径内に内挿されている評価点を I 、その周囲の粒子を J 、粒子の質量を m 、密度を ρ 、他粒子の総数を N とすると、式(1)は次のように表される。

$$f(x) \approx \sum_{J=1}^N \frac{m^J}{\rho^J} f(x^J) W(x-x^J, h) \quad (2)$$

また、その微分は次のように表される。

$$\nabla \cdot f(x) \approx - \sum_{J=1}^N \frac{m^J}{\rho^J} f(x^J) \cdot \nabla W(x-x^J, h) \quad (3)$$

式(3)を用いることで、物理量の一次導関数を計算する場合に、物理量そのものを偏微分することなく、既知である kernel 関数の一次導関数を用いて近似される。この考え方が SPH 法の大きな特徴であり、粒子配置に依存せずに解析できる理由となっている。kernel 関数は Unity 条件や極限がデルタ関数であることなどの条件を満足し

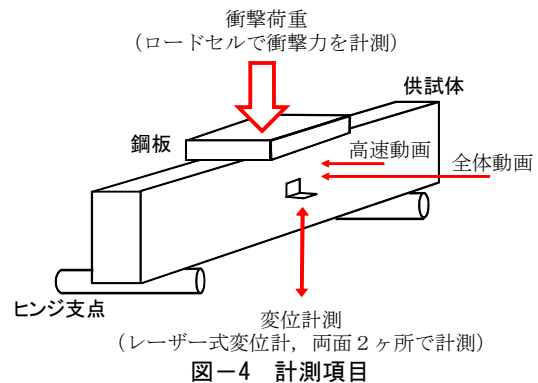


図-4 計測項目

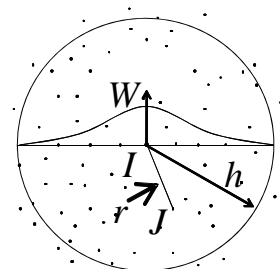


図-5 粒子 I における影響領域

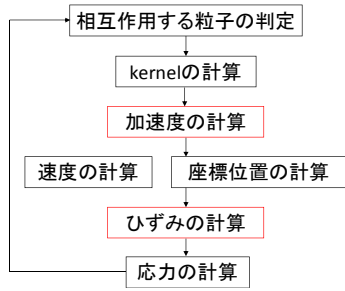


図-6 計算フロー

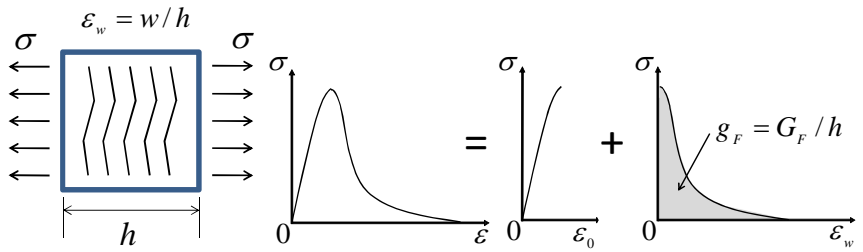


図-7 ひび割れのモデルと軟化曲線の定義

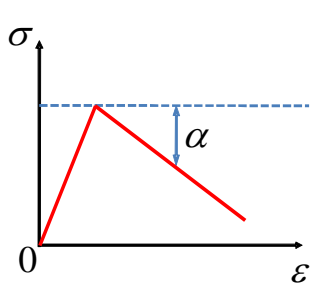


図-8 応力解放による軟化

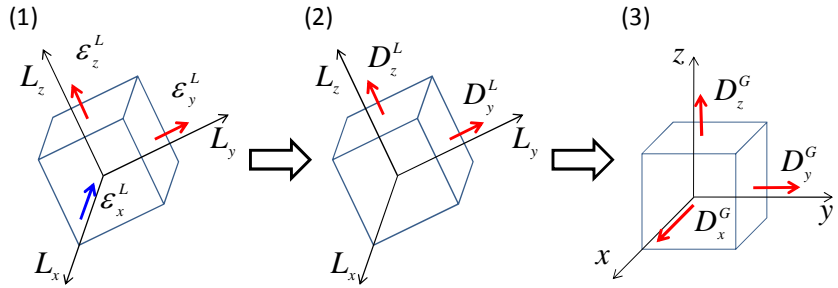


図-9 低減率 ϕ の計算方法

なければならない³⁾。本研究では kernel 関数として、式(4)で表される 3 次 spline 関数を使用することにした⁵⁾。ここで r は粒子 I と粒子 J の距離である。

$$w = \frac{3}{2\pi h^3} \times \begin{cases} \frac{2}{3} - \left(\frac{r}{h}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{r}{h}\right)^3 & 0 \leq \frac{r}{h} \leq 1 \\ \frac{1}{6} \left(2 - \frac{r}{h}\right)^3 & 1 < \frac{r}{h} \leq 2 \\ 0 & 2 < \frac{r}{h} \end{cases} \quad (4)$$

また、本研究で用いられている SPH 法の計算手順について図-6 に示す。始めに影響範囲内に存在する粒子つまり相互作用する粒子の探索を行い、次に粒子間距離と kernel 関数を用いて粒子同士の重みを決定する。その重みをもとに運動方程式より加速度を計算し、順次速度および変位を計算する。ここで粒子間の相対速度よりひずみ速度からひずみを計算した後構成式を用いて応力を計算する。この計算手順の中で加速度の計算およびひずみの計算において kernel 関数を用いた近似が行われている。

3.2 応力解放モデルを用いた引張軟化の表現

はり部材の挙動において、ひび割れが発生するような大変形問題を精度よく解析するためには、引張軟化を考慮する必要があると考えられる。SPH 法では直接的に応力-ひずみ関係に負の勾配を与えることができないため、引張変形時の軟化の再現には工夫が必要である。そこで本考察では軟化の表現方法として、応力解放による引張軟化特性の表現を試みた。

コンクリートの引張変形挙動は、引張強度近傍では微細ひび割れが発生し、その中で最も弱い部分に損傷が集

中して微細ひび割れ領域を形成、最後には大きなひび割れが生じる。微細ひび割れが発生することで断面が減少し、伝達される応力も減少するという引張軟化挙動が発生する⁷⁾。この伝達応力 σ とひび割れ幅 w の関係を表したものが引張軟化曲線であり、この曲線で囲まれている面積が破壊エネルギー G_F に等しいとしている。本研究では図-7 のように破壊領域のひずみはある幅 h にわたって均等に分布すると仮定し、破壊領域のひび割れ発生後の挙動を応力-ひずみ関係としてモデル化している。全体としての応力-ひずみ関係は弾性領域における $\sigma - \varepsilon_0$ 関係と破壊領域の軟化 $\sigma - \varepsilon_w$ 関係の結合として示される。この曲線により囲まれる面積 g_F は破壊エネルギーに相当し、以下の式(5)で定義される。

$$g_F = G_F / h \quad (5)$$

本研究では図-8 のように軟化勾配を線形で表した応力-ひずみ関係を用いている。ここで α は軟化を再現するための応力の解放率を表しており、このようにひずみが増加するにつれて応力を解放することで引張軟化特性を表現することとした。また、応力は 3 次元では対称性を考慮して 6 成分存在するため、各成分に対する応力の解放率 α をそれぞれ設定する必要がある。解放率 α は材料の損傷度 D_x, D_y, D_z により定義された影響低減率 ϕ_x, ϕ_y, ϕ_z を用いて定義した⁸⁾。なお損傷度 D_x, D_y, D_z は主ひずみ値をもとに計算している。ここで以下に計算方法を、図-9 に損傷度 D_x, D_y, D_z を計算するための概略図を示す。

(1) 粒子における各ひずみ成分をもとに固有値解析を行い主ひずみとその方向を求める。

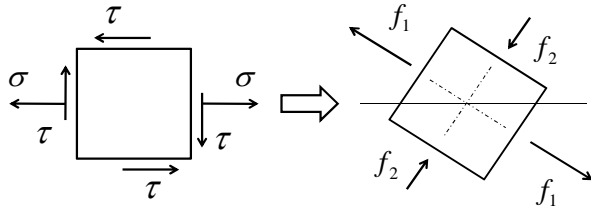


図-10 垂直応力、せん断応力作用下における主応力図

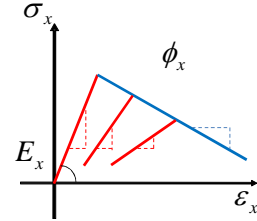


図-11 引張軟化と異方性構成則を導入した材料特性

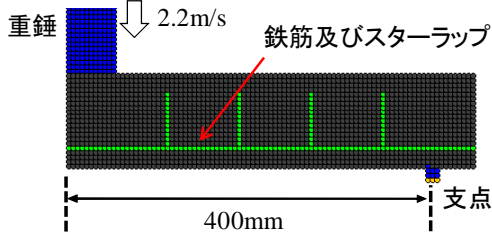


図-12 供試体(A)解析モデル

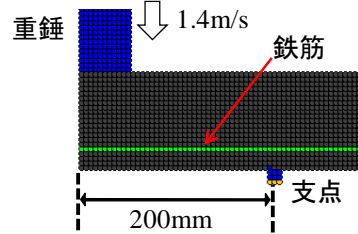


図-13 供試体(B)解析モデル

(2)主ひずみのうち引張成分だけを抽出し、それらの値をもとに主ひずみ方向の損傷度 D_x^L, D_y^L, D_z^L を求める。

(3)全体座標系の各軸に対して余弦を計算し、全体座標系における損傷度 D_x^G, D_y^G, D_z^G へと変換する。

ここで右上添え字 L は主値における座標空間、 G は全体座標系における座標空間を示している。このように損傷度を求めた後に、式(6)のように定義された各軸方向の影響低減率 ϕ_x, ϕ_y, ϕ_z を計算する。式(6)は ϕ_x, ϕ_y, ϕ_z と D_x, D_y, D_z および $\epsilon_x^L, \epsilon_y^L, \epsilon_z^L$ の関係を示している。ここでは $\epsilon_x^L, \epsilon_y^L, \epsilon_z^L$ が 1000μ に達すると、同方向に引張破壊が生じたと仮定し、影響低減率 ϕ_x, ϕ_y, ϕ_z の値がほぼ0になるように損傷度 D_x^L, D_y^L, D_z^L を定義した。また損傷度 D_x^G, D_y^G, D_z^G については過去の最大履歴値を用いている。ただし、周囲粒子との力学的な影響が極端に減少することによる計算上の不安定を防ぐために、影響低減率の下限値を0.05としている。なお、これらの低減は引張時のみに適応され、圧縮時には適用していない。

$$\begin{aligned} \phi_x &= \sqrt{(1-D_x^G)} \quad \left(D_x^L = \frac{\epsilon_x^L}{0.001}, \phi_x \geq 0.05 \right) \\ \phi_y &= \sqrt{(1-D_y^G)} \quad \left(D_y^L = \frac{\epsilon_y^L}{0.001}, \phi_y \geq 0.05 \right) \\ \phi_z &= \sqrt{(1-D_z^G)} \quad \left(D_z^L = \frac{\epsilon_z^L}{0.001}, \phi_z \geq 0.05 \right) \end{aligned} \quad (6)$$

また、応力の解放率 α と ϕ の関係を式(7)のように定義した。ここで、せん断方向の解放率に関しては成分ごとに2方向の解放率の影響を考慮した係数を採用した。これは次節で説明する異方性構成則との相関性を保つためである。

$$\begin{aligned} \alpha_{xx} &= \phi_x^2, \quad \alpha_{yy} = \phi_y^2, \quad \alpha_{zz} = \phi_z^2 \\ \alpha_{xy} &= \phi_x \phi_y, \quad \alpha_{yz} = \phi_y \phi_z, \quad \alpha_{zx} = \phi_z \phi_x \end{aligned} \quad (7)$$

3.3 直交異方性構成則

図-10 に任意のせん断応力 τ および垂直応力 σ が作

用している一般的な応力場を示すが、主引張応力 f_1 の値がコンクリートの引張強度を超えるとひび割れが発生し、破壊する⁹⁾。ひび割れ後の応力場を精度よく評価するためには、異方性を考慮した構成方程式が必要であると考えられる。そこで直交異方性構成則の導入を検討した。

本研究では、一般的な等方弾性体構成則に、直交座標系の3軸方向にそってここに求めた影響低減率 ϕ_x, ϕ_y, ϕ_z を作用させることで、直交異方性を考慮した構成則に拡張した⁸⁾。Carolらは従来の弾性構成則に各軸方向の剛性低下を考慮することで、任意に異方性を考慮した構成式を提案している¹⁰⁾。この手法は従来と同様の方法で弾塑性構成則にも拡張することができることから、本研究では彼らの手法を準用し、Misesの降伏条件を仮定した弾塑性構成則を適用した。また、引張軟化モデルで定義した影響低減率 ϕ_x, ϕ_y, ϕ_z を式(8)のように適用し、コンクリート材料の引張破壊による局所的な材料異方性を考慮することを試みた。

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} \phi_x^2(\lambda+2\mu) & \phi_x \phi_y \lambda & \phi_x \phi_z \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \phi_x \phi_y \lambda & \phi_y^2(\lambda+2\mu) & \phi_y \phi_z \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \phi_x \phi_z \lambda & \phi_y \phi_z \lambda & \phi_z^2(\lambda+2\mu) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \phi_x \phi_y 2\mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \phi_y \phi_z 2\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \phi_x \phi_z 2\mu \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} \end{Bmatrix} \\ \left(\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}, \lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

ここで E はヤング率、 ν はポアソン比である。

3.2節では応力解放による引張軟化の表現を行ったが、式(8)で示した異方性構成則と引張軟化の方向は同一の方向であると考え、3.2節で用いた ϕ の値を直交異方性構成則にも用いている。図-11に引張軟化および直交異方性構成則を考慮した x 軸方向の応力-ひずみ関係を示す。青線が応力解放による引張軟化を示しており、赤

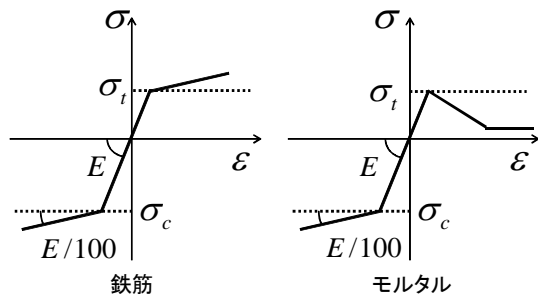


図-14 鉄筋およびモルタルの応力-ひずみ関係

表-1 材料特性値

	ヤング率 E (kN/mm ²)	強度(N/mm ²)		ポアソン比
		圧縮 σ_c	引張 σ_t	
鉄筋	206	394	394	0.3
モルタル	11.9	16.1	1.61	0.22



図-15 曲げ破壊の様子

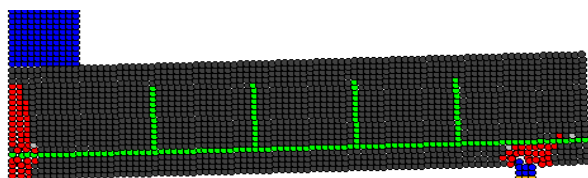


図-16 供試体(A)解析結果

線が異方性構成則による剛性低下を示している。またこれは y, z 軸方向においても同様に表すことができる。

4. 解析モデル, 解析結果

4.1 解析モデル

図-12 に支点間距離 800mm の供試体(A), 図-13 に支点間距離 400mm の供試体(B)の解析モデルをそれぞれ示す。これらの図は軸方向鉄筋位置における側方断面を示しており、灰色の粒子はモルタルを、緑色の粒子は鉄筋（主鉄筋およびスターラップ）を、青色の粒子は重錘および支点を示している。解析モデルは2方向の対称性を考慮した1/4モデルとし、1粒子5mmで離散化している。鉄筋およびモルタルの応力-ひずみ関係と材料特性値を図-14および表-1に示す。また、モルタルの引張軟化勾配と破壊エネルギーは解析に用いた粒子寸法を考慮して、ひずみが 17000 μ で引張応力が完全に解放されるように設定した。

4.2 解析結果

(1) 供試体(A)における実験および解析結果

図-15 に曲げ破壊モードを示した供試体(A)の実験結果を、図-16 に引張軟化モデルを導入した SPH 法による解析結果を示す。ここでは、まずは応力解放による引張軟化という手法の妥当性を検証するために、軟化のみ

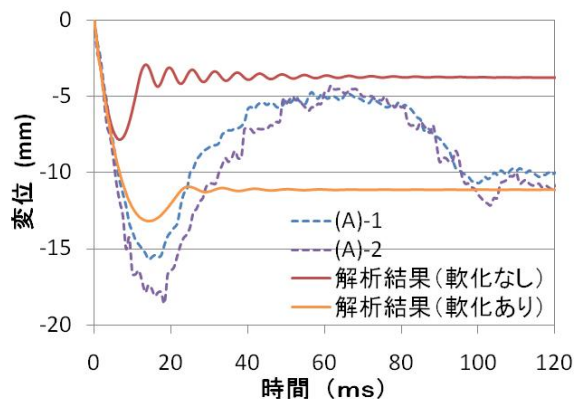


図-17 供試体(A)変位-時間関係



図-18 せん断破壊の様子

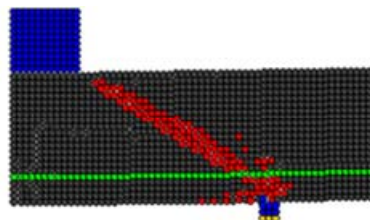


図-19 供試体(B)解析結果

を適用した場合で解析を行った。これらの図より、解析結果には支点部におけるひび割れも認められるが、荷重位置直下の断面におけるはりの曲げ破壊の状況が良好に再現できていることがわかる。図-17 に変位-時間関係を、引張強度達成後に応力が一定となる、軟化を考慮しない完全弾塑性モデルの場合の解析結果も含めて、実験結果との比較を示す。なお、図中の実験結果の変位応答は、レーザー変位計を用いて計測した値には供試体に衝撃荷重が作用した際の変位計測用プレートの振動の影響が含まれていたため、録画した動画データに画像処理を施した結果を用いている。本実験では、供試体の支点治具に跳ね返り防止用の固定を施していないため、供試体の変位応答に衝撃荷重作用直後の過渡応答から自由振動への移行が見られなかった。

図-17 より、引張軟化を考慮したモデルは最大変位が実験値よりも小さな値を示しているが、軟化を考慮しないモデルと比べると実験値に近いことがわかる。また残留変位について解析値と実験値で比較すると、引張軟化を導入したモデルの結果は実験結果とほぼ同じことが認められる。これらのことより、引張破壊にともなう軟化モデルの導入が、RC はりの曲げ破壊挙動の定量的評価に重要であることが確認できた。

(2) 供試体(B)における実験および解析結果

図-18 にせん断破壊モードを示した供試体(B)のひび割れの様子を示す。ここでは、曲げ破壊解析で用いた引張軟化モデルおよび異方性構成則を併用した解析結果を図-19 に示す。これらの図より、引張軟化モデルおよび異方性構成則を考慮したことで、モルタル供試体に生じるせん断ひび割れが精度良く再現できていることがわかる。図-20 に変位-時間関係を示すが、図中の実験結果に見られるように、同一条件下の実験でも変位応答にはばらつきが認められる。これは、図-18 の実験後のはりの状況に見られるように、せん断ひび割れの進展にともなう支点部近傍の破壊の程度に各供試体でばらつきが顕著であり、このことが供試体全体の変位応答に大きな影響を及ぼしたものと考えられる。また解析値と実験値を比較すると、解析値は最大変位が約 3mm と実験値に比べてかなり小さな値となっている。これは解析ではひび割れ発生後も、ひび割れを跨ぐ粒子同士で応力の伝達がなされていることに起因していると考えられる。そこで、ひび割れ発生以降のせん断破壊挙動を精度良く評価するために、ひび割れが発生した箇所の粒子の計算に、式(6)で示した影響低減率 ϕ を kernel 関数に乗じることで、ひび割れによる応力伝達機能の低下を直接的に考慮する方法を試みた。なお kernel 関数の低減は、粒子に過度な引張ひずみ(引張軟化によって完全に応力が解放された)が生じた場合に適用するものとし、影響低減率の下限値である 0.05 を乗じることにした。以上の試みで得られた変位応答を図-20 中に併記し、その影響を調べた結果、kernel 関数を低減させない場合と比べて最大変位が2倍となり、実験値にかなり近くなることが認められた。このことから、せん断破壊にともなう変位の定量的な精度を向上させるには、kernel 関数の低減などの検討の余地が残されていることが確認された。

5. まとめ

本研究で得られた知見を以下に示す。

- (1) 応力解放による引張軟化モデルを導入することで曲げひび割れによる破壊挙動を精度よく解析できる。
- (2) 引張軟化特性と異方性構成則を併用することで、せん断ひび割れの発生・進展を再現することができる。
- (3) はりのせん断破壊にともなう挙動を精度良く解析するには、kernel 関数の低減などのひび割れ発生後の応力の伝達状況を表現するモデルの改善が必要である。今後は、せん断破壊によるひび割れがもたらす脆性的な破壊挙動をシミュレートするために、ひび割れの進展にともなう粒子間の応力伝達機能の低減・消去のモデル化に改良を加える予定である。

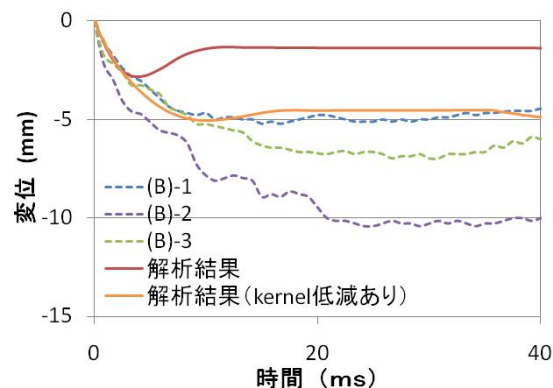


図-20 供試体(B)変位-時間関係

参考文献

- 1) 土木学会：衝撃実験・解析の基礎と応用，構造工学シリーズ 15，丸善，2004.
- 2) 岸徳光，三上浩，小室雅人，松岡健一：弾塑性衝撃応答解析法の RC 梁への適応性，構造工学論文集 Vol.43A，pp1579-1588，1997.3
- 3) G.R.Liu，M.B.Liu：Smoothed Particle Hydrodynamics，World Scientific Pub Co Inc，2003.
- 4) 深澤仁，園田佳巨：SPH 粒子法の構造部材の弾塑性解析への適用に関する基礎的研究，構造工学論文集，Vol.55A，pp1358-1365，2009.3
- 5) 酒井謙，山下彰彦：SPH 理論に基づく粒子法による構造解析の基礎的検討，日本機械学会論文集(A編)Vol.67，No.659，2001.7
- 6) 酒井謙：SPH 大変形解析の基礎と応用，計算工学講演会論文集 Vol.13，pp481-484，2008.5
- 7) 三橋博三，六郷恵哲，国枝稔：コンクリートのひび割れと破壊の力学，技報堂出版，2010.7
- 8) 深澤仁，園田佳巨，後藤恵一：RC 部材の ASPH 法衝撃解析における破壊モード評価に関する研究，第 10 回構造物の衝撃問題に関するシンポジウム論文集，主催：土木学会，pp53-58，2010.12
- 9) 小林和夫：コンクリート構造学，森北出版株式会社，2002.
- 10) Ignacio Carol，Egidio Rizzi and Kasper William：On the formulation of anisotropic elastic degradation. I. Theory based on a pseudo-logarithmic damage tensor rate，International journal of solid and structures 38，491-518，2001.