

論文 エネルギー入力速度を考慮した地震動特性及び設計変数が構造物の修復性・安全性に及ぼす影響に関する検討

大西 直毅*1・佐々山 茉莉*2・衣笠 秀行*3・向井 智久*4

要旨: 地震動の大きさと地震後の修復性の関係を考慮した設計法の開発を目標として、設計変数が耐震性能に及ぼす影響について調べるため、最大変形角と基準地震動の加速度に乘じる倍率をそれぞれ修復性と安全性の指標として、地震時のエネルギー入力速度が最大となる時の構造物のエネルギー消費サイクルを仮定し、それらの釣り合いに基づいて設計変数とこれらの指標との関係について検討した。また、修復性と安全性の目標値を満たすベースシア係数と弾性固有周期の範囲、修復性と安全性がともに向上するときのベースシア係数と弾性固有周期の条件についても示した。

キーワード: IDA, 修復性, 安全性, エネルギー入力速度, 完全弾塑性モデル, ベースシア係数

1. はじめに

構造物の耐震設計では、大地震時に建物に生じる外力を定め、それに対して十分な耐力と靱性を有しているかを判断の基準とするが、外力である地震動の大きさと地震後の修復性の関係を考慮した性能評価は設計時には一般には行われていない。

筆者ら¹⁾はこれまでに、エネルギー一定則の仮定の下、修復性と安全性を考慮した設計法の開発を目標に、変形角と地震動倍率（基準地震動の加速度に乘じる倍率）をそれぞれ修復性と安全性の指標として、構造物の架構や部材の条件が大地震時の耐震性能に及ぼす影響について研究を行ってきた。

本稿では地震により建物に入力するエネルギー速度の釣合を考慮し²⁾、完全弾塑性の建物モデルを用いて、

- 1) 最大変形時のベースシア係数と等価剛性を变化させたときの修復性と安全性の関係
- 2) 地震動特性や設計変数を变化させたときの修復性と安全性の関係
- 3) 修復性と安全性の目標値を満足するベースシア係数と弾性固有周期の範囲

について検討する。

2. 修復性と安全性を考慮した設計

2.1 修復性と安全性の目標値

(1) 修復性指標：変形角

修復性指標とは建物が大地震を経験した際の建物被害の許容値であり、修復が可能範囲に収めるための目標となる値である。本研究では、設計において許容する変形角 R を修復性指標とする。

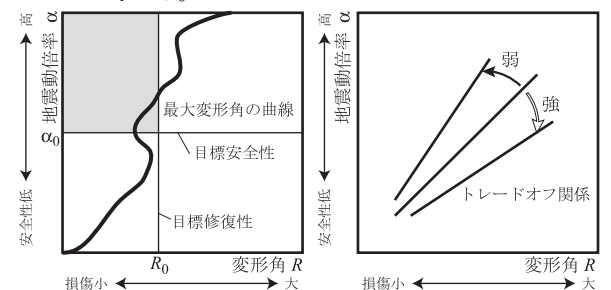
(2) 安全性指標：地震動倍率

安全性指標とは建物がどの程度の大きさの地震加速度にまで耐えうるかを示す値である。本研究では、基準地震動に乘じる係数 α (地震動倍率) を安全性の指標とする。

2.2 変形角と地震動倍率の関係

図-1 は最大変形角を横軸とし、そのときの地震動倍率を縦軸としたグラフである。変形角 R と地震動倍率 α の目標値をそれぞれ目標変形角 R_0 、目標地震動倍率 α_0 とする。Incremental Dynamic Analysis³⁾の様に、地震動倍率 α を徐々に大きくしていった場合の両者の関係を考える。このとき最大変形角 R が目標値 R_0 を下回っており、かつ地震動倍率が目標地震動倍率 α_0 を上回っていれば設計目標を満足していることになる。

また耐震性能が変形性能を大きくすることで高められた場合には、地震動倍率が大きくなるとそのときの最大変形角が大きくなり、その分修復性は低下する。本研究ではこれをトレードオフ関係と呼ぶが、このときの変形角と地震動倍率の増加の比によって、図-1(2)のようにトレードオフ関係には強弱があり、これも建物の性能の一つと考える。



(1)修復性と安全性の目標値 (2)トレードオフ関係の強弱
図-1 修復性と安全性の関係

*1 東京理科大学 理工学部建築学科 助教 博(工) (正会員)

*2 東京理科大学 理工学部建築学科 (学生会員)

*3 東京理科大学 理工学部建築学科 教授 工博 (正会員)

*4 独立行政法人建築研究所 博(工) (正会員)

3. エネルギー入力速度法

ここでは文献2で提案された、地震時のエネルギー入力速度の釣り合いに基づく手法（以下、エネルギー入力速度法と呼ぶ）を参考に、本稿で仮定した地震動と構造物について述べる。

3.1 入力エネルギーの速度換算値

基準地震動の入力エネルギーの速度換算値 V_{D0} のスペクトルを図-2のようなバイリニアと仮定した。折れ点での等価周期（以下、コーナー周期と呼ぶ）を T_C とすると、 V_{D0} は次式で表せる。

$$V_{D0} = \begin{cases} V_C T_D / T_C & (T_D \leq T_C) \\ V_C & (T_D > T_C) \end{cases} \quad (1)$$

ここに、 V_C は基準地震動のコーナー周期におけるエネルギーの速度換算値である。

また、速度応答スペクトル S_V をエネルギー速度換算値のスペクトルと相似であると考え⁴⁾、同じくバイリニアを仮定すると、変位応答スペクトル S_D はコーナー周期を境に短周期で T_D の2乗に比例し、長周期で T_D に比例する（図-2）。

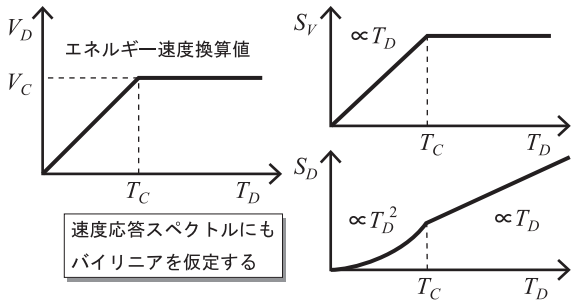


図-2 入力エネルギー速度換算値のスペクトルと応答スペクトル

3.2 ベースシア係数

構造物は復元力モデルを図-3のような完全弾塑性とした1自由度モデルとする。 P_Y は降伏耐力、 δ_Y は降伏変位、 δ_D は最大変位である。このとき、弾性剛性 K_E は、最大変位時の等価周期 T_D を用いて、

$$K_E = 4\pi^2 \mu M / T_D^2 \quad (2)$$

と表せる。ここに、 μ は塑性率、 M は建物を一自由度に縮約したときの等価質量である。

よってベースシア係数 C_B は、降伏変位 δ_Y が建物の等価高さ H を用いて $\delta_Y = RH/\mu$ と表わせるので、

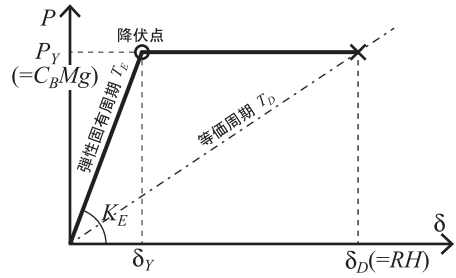


図-3 完全弾塑性モデル

$$C_B = \frac{P_Y}{Mg} = \frac{K_E \delta_Y}{Mg} = \frac{4\pi^2 RH}{g T_D^2} \quad (3)$$

となる。ここに、 g は重力加速度である。

3.3 エネルギー入力速度の釣合

基準地震動の入力エネルギーの速度換算値スペクトルが式(1)で表されるバイリニアとなるので、地震動倍率 α のときの地震の入力エネルギー E_D は、

$$E_D = \begin{cases} \alpha^2 E_{D0} (T_D / T_C)^2 & (T_D \leq T_C) \\ \alpha^2 E_{D0} & (T_D > T_C) \end{cases} \quad (4)$$

ただし、 $E_{D0} = MV_C^2 / 2$

と表せる。

一方、エネルギー入力速度法²⁾に基づき建物の消費エネルギー E_S を考えると（図-4）、運動エネルギーに相当する弾性歪エネルギー E_y と、建物が吸収する塑性歪エネルギー E_{ds} （1 サイクル目）、 E_c （2 サイクル目以降）と、建物の減衰エネルギー E_h の和として、次式で表せる。

$$E_S = E_y + E_{ds} + E_c + E_h \quad (5)$$

$$\text{ただし、} \begin{cases} E_y = \frac{1}{2} P_Y \delta_Y \\ E_{ds} = 2(\mu - 1) P_Y \delta_Y \\ E_c = 4\xi(N_D - 1)(\mu - 1) P_Y \delta_Y \\ E_h = 2\pi h \mu N_D P_Y \delta_Y \end{cases}$$

ここに μ は塑性率、 ξ は文献2のループ面積係数（図-5）、 h は減衰定数である。

また入力エネルギー E_D に関して、等価周期 T_D のときの1サイクルあたりのエネルギー入力量の最大値を ΔE_{max} とし、入力エネルギー E_D を ΔE_{max} のサイクルの繰り返しと考えたときの繰り返し回数 N_D は次式で表せる²⁾。

$$N_D = E_D / \Delta E_{max} \quad (6)$$

ここで最大変位時のサイクルにおけるエネルギー入力速度（ $\equiv \Delta E_{max} / T_D$ ）の釣合を考えると、 $E_S = E_D$ となる。

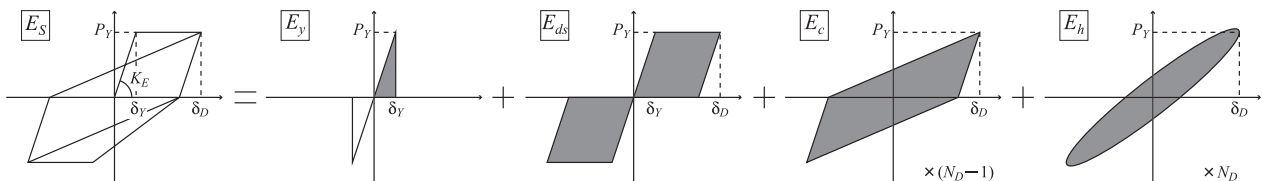


図-4 エネルギー吸収のモデル化³⁾

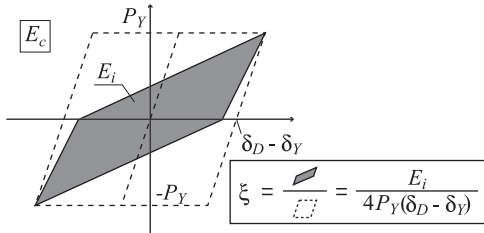


図-5 ループ面積係数

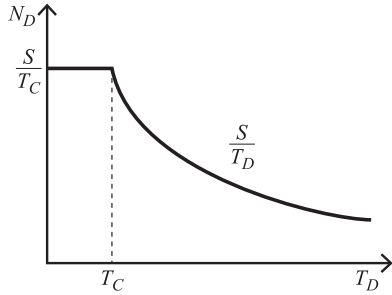


図-6 ND スペクトル

3.4 繰り返し回数と等価周期との関係

エネルギー入力速度法では地震の入力エネルギー E_D と繰り返し回数 N_D の2つを入力としている。文献5では有効地震動継続時間 S を定義し、 N_D を S/T_D と表しているが、ここでは図-2のスペクトルを仮定し、コーナー周期 T_C より短周期、長周期となる場合に分けて考える。

入力エネルギー E_D は、短周期領域では T_D の2乗に比例し、長周期領域では一定となる。また ΔE_{max} は変位応答スペクトル S_D に比例し、変位応答スペクトルは短周期では T_D の2乗に比例し、長周期では T_D に比例する。よってこれらの関係を式(6)に考慮することにより、 N_D は T_C より短周期では一定となり、長周期では等価周期 T_D に反比例することが導かれる。そこで係数 S と等価周期 T_D を用いて繰り返し回数 N_D を次式で表す。

$$N_D = \begin{cases} S/T_C & (T_D \leq T_C) \\ S/T_D & (T_D > T_C) \end{cases} \quad (7)$$

式(7)は長周期では文献5と同じ式となり、係数 S は有効地震動継続時間 S に等しい。一方短周期では文献5で見られたNDスペクトルの頭打ちを表すことができる。等価周期 T_D を横軸、繰り返し回数 N_D を縦軸としたグラフ(以下、NDスペクトル)は図-6のようになる。

表-1 地震動と構造物の基準値

地震動	V_C (m/s)	0.5
	T_C (s)	0.5
	式(7)の S	2.0
構造物	塑性率 μ	1.5
	ループ面積係数 ξ	0.5
	減衰定数 h	0.05
	等価高さ H (m)	3.5

4. 各種パラメータを変化させたときの变形角及び地震動倍率の関係

ここではベースシア係数 C_B 、弾性固有周期 T_E を変化させた時の修復性・安全性指標をプロットし、そのグラフの外形が繰り返し回数 N_D 、入力エネルギーの速度換算値 V_D 、コーナー周期 T_C 、塑性率 μ 、ループ面積係数 ξ を変化させたときにどのように変化するかについて調べる。

4.1 各変数と变形角及び地震動倍率との関係

図-3の弾性固有周期 T_E は、塑性率 μ を用いて、

$$T_E = \frac{T_D}{\sqrt{\mu}} \quad (8)$$

と表せるから、变形角 R は、ベースシア係数 C_B と弾性固有周期 T_E を用いて、

$$R = \frac{\mu g C_B T_E^2}{4\pi^2 H} \quad (9)$$

と表せる。また、地震動倍率 α は、

$$\alpha = \begin{cases} (T_C/T_D) \cdot \sqrt{E_S/E_{D0}} & (T_D \leq T_C) \\ \sqrt{E_S/E_{D0}} & (T_D > T_C) \end{cases} \quad (10)$$

となる。

以下、基準地震動と基準構造物の諸元を表-1として、あるパラメータを変化させた場合の变形角 R と地震動倍率 α の変化について検討を行った。係数 S の値は文献5のKobe 1995 NSおよびEl Centro 1940 NSの有効地震動継続時間 S の値を元に仮定している。なお V_C は地震動倍率 $\alpha \approx 3.3$ のとき平成17年国土交通省告示第631号の安全限界設計時の V_S の一定領域における値に対応する。

4.2 ベースシア係数と弾性固有周期を変化させた場合の耐震性能の変化

ベースシア係数 C_B と弾性固有周期 T_E をそれぞれの範囲で変化させたときの变形角 R と地震動倍率 α との関係図を図示すると図-7となる。図中の縦の太線は变形角 $R=0.02$ [rad]、横の太線は地震動倍率 $\alpha=1.0$ のときの境界線であり、灰色部分が設計目標を満足するベースシア係数 C_B と弾性固有周期 T_E の組み合わせとなる。

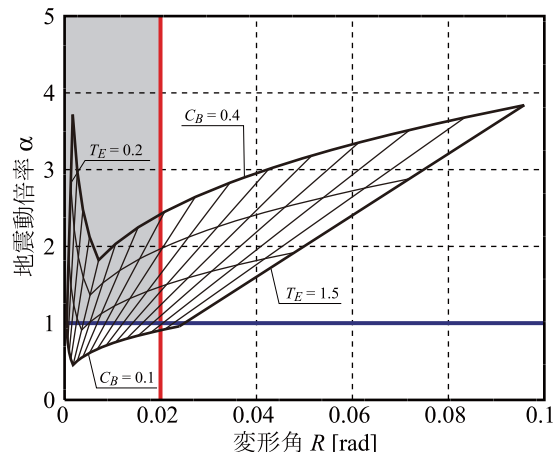


図-7 ベースシア係数・弾性固有周期と耐震性能

4.3 地震動を変化させた場合

(1) 入力エネルギー速度換算値を変化させた場合

入力エネルギー速度換算値 V_D を変化させた場合の、**図-7** の変形角と地震動倍率の関係図の外形の変化について**図-8** に示す。

基準地震動の入力エネルギーが大きいか分、変形角はそのままに地震動倍率が小さくなっている。修復性を設計目標範囲内とするとき入力エネルギーの大きい地震に対

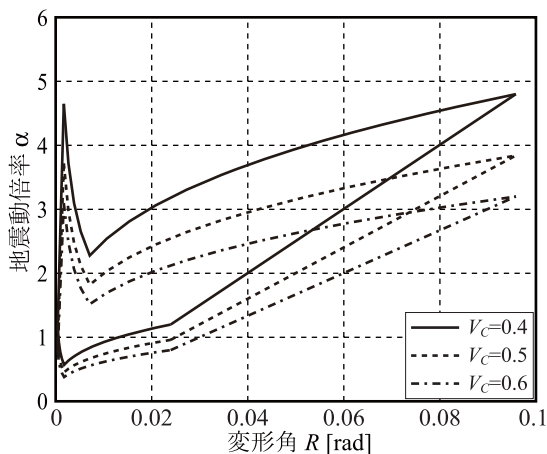


図-8 入力エネルギー速度換算値と耐震性能

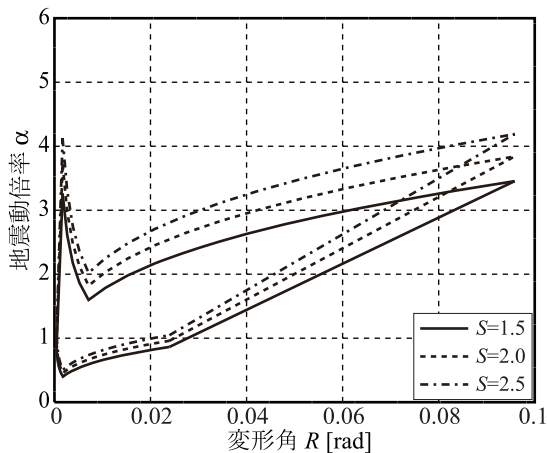


図-9 繰り返し回数と耐震性能

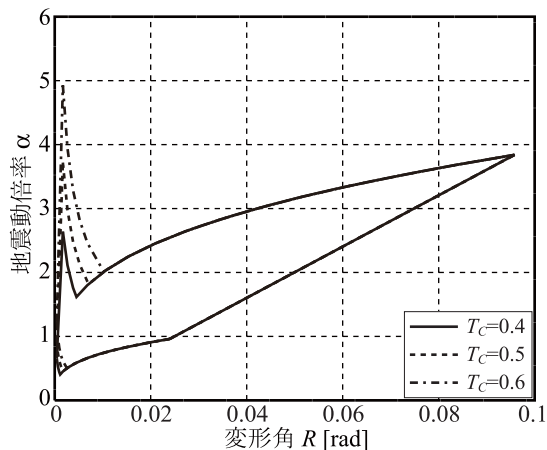


図-10 コーナー周期と耐震性能

しては安全性が低くなる。

(2) 繰り返し回数と耐震性能の関係

繰り返し回数 N_D (式(7)の係数 S) を変化させた場合の、**図-7** の変形角と地震動倍率の関係図の外形の変化について**図-9** に示す。

繰り返し回数が増える程、変形角はそのままに地震動倍率が大きくなっている。入力エネルギーの総量と同じでもエネルギー入力速度が小さい地震動では地震動倍率を大きくしても変形角を設計目標内に収めることができる。すなわち修復性が同じとき、安全性は高くなる。

(3) コーナー周期を変化させた場合

入力エネルギー速度換算値 V_D のスペクトルのコーナー周期 T_C を変化させた場合の、**図-7** の変形角と地震動倍率の関係図の外形の変化について**図-10** に示す。

コーナー周期より長周期となる領域では変わらないが、短周期領域ではコーナー周期が長周期側にシフトすると地震動倍率が大きくなっている。これには繰り返し回数 N_D の式(7)の係数 S が一定であると仮定したことで、コーナー周期を長周期側にシフトしたときに短周期領域の N_D が小さくなることによる影響も含まれている。

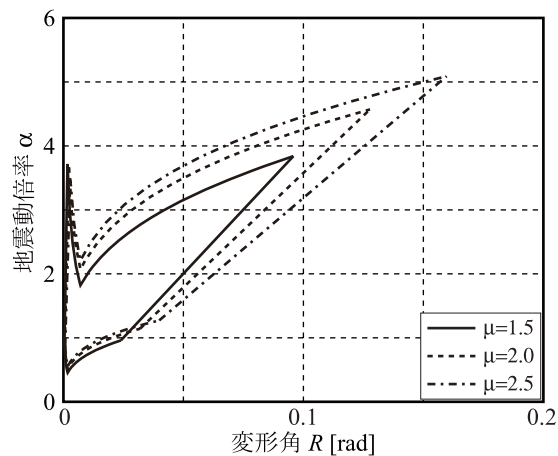


図-11 塑性率と耐震性能

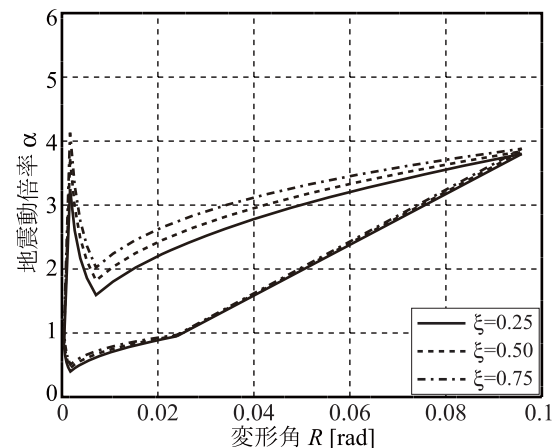


図-12 ループ面積係数と耐震性能

4.4 構造物を変化させた場合

(1) 塑性率を変化させた場合

塑性率 μ を変化させた場合の、図-7の変形角と地震動倍率の関係図の外形の変化について図-11に示す。

塑性率を大きくすると、変形角とともに地震動倍率が大きくなる。これは許容する塑性率が大きくなることで構造物が消費するエネルギーが大きくなるためである。この場合、修復性を低下させることになるが安全性は向上できる。

(2) ループ面積係数を変化させた場合

履歴モデルのループ面積係数 ξ を変化させた場合の、図-7の変形角と地震動倍率との関係図の外形の変化について図-12に示す。

ループ面積が大きくなると、変形角はそのままに地震動倍率を大きくでき、短周期領域ほどその割合は大きい。ただし表-1の条件では、繰り返し回数が少なく、 E_S に占める2サイクル目以降の塑性歪エネルギー E_C の割合が小さいため、ループ面積係数だけを変化させても、他の変数を変化させた場合ほどには安全性は改善しなかった。

なお、4.3節(2)の繰り返し回数は主に地震動の位相特性と建物の振動特性で定まり、履歴ループ面積の変化が繰り返し回数に与える影響を無視しても応答を良い精度で推定できることが示されている²⁾。

5. 設計目標を満足するベースシア係数と弾性固有周期

ここでは、設計目標を満足するベースシア係数 C_B と弾性固有周期 T_E の範囲を調べる。

5.1 設計目標と等価周期の関係

変形角または地震動倍率が設計目標値を満足するにはそれぞれ次式を満足する必要がある。

$$E_S|_{R=R_0} \geq E_D \quad (11)$$

$$E_S \geq E_D|_{\alpha=\alpha_0} \quad (12)$$

そこで $E_S \geq E_D$ に式(5)を代入して $1/T_D^2$ について解くと次式が得られる。

$$\frac{1}{T_D^2} \geq \frac{E_D}{a(b_1 N_D + b_2) R^2} \quad (13)$$

ここに、

$$a = 4\pi^2 M H^2 / \mu \quad (14)$$

$$b_1 = 4\xi(\mu - 1) + 2\pi h \mu \quad (15)$$

$$b_2 = \frac{1}{2} + 2(\mu - 1)(1 - 2\xi) \quad (16)$$

である。

5.2 設計目標を満足するベースシア係数

よって式(13)は、 $T_D \leq T_C$ のとき、式(4)と式(7)を代入して $1/T_D^2$ について解くと、

$$\frac{1}{T_D^2} \geq \sqrt{\frac{\alpha^2 E_{D0}}{a(b_1 S T_C + b_2 T_C^2) R^2}} \quad (17)$$

となり、 $T_D > T_C$ のときは、式(4)と式(7)を代入して $1/T_D$ について解くと、

$$\frac{1}{T_D} \geq Y_+^{\frac{1}{3}} + Y_-^{\frac{1}{3}} - \frac{b_2}{3b_1 S} \quad (18)$$

$$\text{ただし、} \begin{cases} Y_{\pm} = \frac{c \pm \sqrt{c^2 - 4a^2 b_2^6 R^4 / (729 b_1^4 S^4)}}{2ab_1 S R^2} \\ c = \alpha^2 E_{D0} - \frac{2ab_2^3 R^2}{27b_1^2 S^2} \end{cases}$$

となる。

以上より、 $E_S \geq E_D$ を満足するベースシア係数 C_B の範囲は、式(19)となる。

$$C_B \geq \begin{cases} \frac{4\pi^2 H \alpha}{g} \sqrt{\frac{E_{D0}}{a(b_1 S T_C + b_2 T_C^2)}} & (T_D \leq T_C) \\ \frac{4\pi^2 R H}{g} \left(Y_+^{\frac{1}{3}} + Y_-^{\frac{1}{3}} - \frac{b_2}{3b_1 S} \right)^2 & (T_D > T_C) \end{cases} \quad (19)$$

式(17)及び式(18)に $R = R_0$ を代入すると目標変形角を満足する等価周期 T_D の条件となり、式(19)に $\alpha = \alpha_0$ を代入すると目標地震動倍率を満足するベースシア係数 C_B の条件となる。

5.3 ベースシア係数と弾性固有周期との関係

弾性固有周期 T_E を横軸にとり、式(19)を変形角 R と地震動倍率 α をそれぞれ $0.001 \leq R \leq 0.025$ 、 $0.8 \leq \alpha \leq 2.0$ の範囲で変化させると図-13のようになる。このとき変数に用いた値は表-1の通りである。

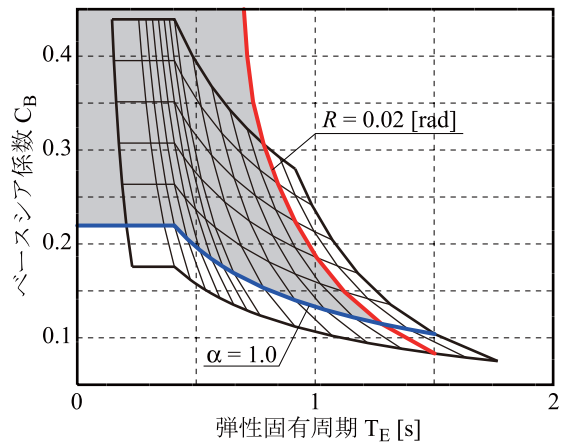


図-13 設計目標を満足する設計変数の範囲

$T_C = 0.5[s]$ 、 $\mu = 1.5$ のとき $T_E \doteq 0.41[s]$ となり、 C_B は α が一定のとき T_E 以下の短周期領域で一定となる。また目標値を $R_0 = 0.02[\text{rad}]$ 、 $\alpha_0 = 1$ とすると、これらを満足する範囲は図-13の灰色部分となる。必要ベースシア係数は地震動倍率のみならず変形角によって決定づけられ、長周期側では弾性固有周期が長いほど必要ベースシア係数は小さく済む領域が存在することが示された。

6. ベースシア係数と弾性固有周期が変化した際に修復性・安全性の設計目標を満足するための条件

地震波と構造物の条件を表-1 の値で一定とし、ベースシア係数 C_B が β 倍、弾性固有周期 T_E が $1/\gamma$ 倍となるとき、修復性指標と安全性指標がそれぞれ何倍に変化するかを考える。変形角 R と地震動倍率 α のそれぞれとベースシア係数 C_B 及び弾性固有周期 T_E との関係は、

$$R = \frac{\mu g C_B T_E^2}{4\pi^2 H} \propto C_B T_E^2 \quad (20)$$

$$\alpha \propto \sqrt{\frac{E_s}{E_{D0}}} \propto \begin{cases} \sqrt{(b_1 S T_D + b_2 T_D^2)} C_B^2 & (T_D \leq T_C) \\ T_D C_B & (T_D > T_C) \end{cases} \quad (21)$$

となり、変形角 R は β/γ^2 倍、地震動倍率 α は $T_D \leq T_C$ の

とき $\frac{\beta}{\gamma} \sqrt{\frac{b_1 S T_D + b_2 T_D^2}{b_1 S T_D + b_2 T_D^2}}$ 倍、 $T_D > T_C$ のとき β/γ 倍となる。

よって、修復性と安全性を向上させる条件はそれぞれ、

$$\beta \leq \gamma^2 \quad (22)$$

$$\begin{cases} \beta \geq \gamma & (T_D \leq T_C) \\ \beta \geq \gamma/\sqrt{\gamma'} & (T_D > T_C) \end{cases} \quad (23)$$

$$\text{ただし、} \gamma' = (b_1 S T_D + b_2 T_D^2) / (b_1 S T_D + b_2 T_D^2)$$

となる。すなわち設計変数を調整した結果、ベースシア係数 C_B と弾性固有周期 T_E が図-14 の式(22)の曲線より上の範囲ならば安全性のみが向上し、式(22)の曲線より下で式(23)の曲線より上の範囲ならば修復性と安全性がともに向上し、式(23)の曲線より下の範囲ならば修復性のみが向上する。

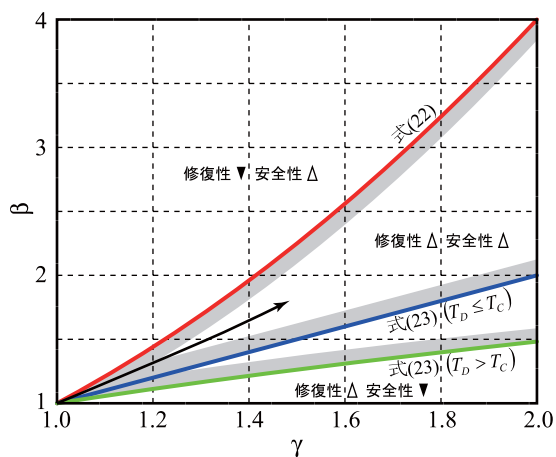


図-14 ベースシア係数と弾性固有周期の倍率の関係

7. まとめ

地震により建物に入力するエネルギーの釣り合いを考慮し、完全弾塑性の建物モデルを用いて、大地震後の修復性と安全性として変形角と地震動倍率を用いた場合

に、基準となる構造物及び入力地震加速度の条件と変形角及び地震動倍率との関係について検討を行い、次の結論を得た。

- (1) 基準地震動のエネルギーの速度換算値のスペクトル、速度応答スペクトルをともにバイリニアで仮定するとき、疑似応答スペクトルの考え方に基づけば、構造物の減衰定数が十分小さい範囲でエネルギー入力速度が最大となるサイクルで換算した構造物のエネルギー消費サイクルの繰り返し回数 (ND スペクトル) は等価周期が短周期のときは一定となり、長周期のときは等価周期に反比例する。
- (2) 許容する塑性率を大きくすると、修復性を低下させる代わりに安全性が向上し、繰り返し回数が一定の仮定の下で履歴ループ面積を大きくする場合には、修復性を低下させることなく安全性が向上する。
- (3) 変形角 R と地震動倍率 α の目標値を満足するベースシア係数 C_B と弾性固有周期 T_E の範囲を示した。図-13 から必要ベースシア係数は地震動倍率のみならず変形角によって決定づけられ、長周期側では弾性固有周期が長いほど必要ベースシア係数は小さく済む領域が存在することが示された。
- (4) 設計目標を満足するベースシア係数と弾性固有周期の組み合わせは図-13 のように表せることが示された。また、修復性と安全性がともに向上するには式(22)と式(23)をともに満足する必要がある。

参考文献

- 1) 佐々山茉莉, 衣笠秀行, 向井智久, 大西直毅: 安全性と修復性を設計目標とした耐震設計法開発のための基礎的研究, コンクリート工学年次論文集, Vol.33, No.2, pp25-30, 2011.7
- 2) 向井智久, 衣笠秀行, 野村設郎: 地震動を受ける RC 構造物の限界応答変形量を保証するに必要な耐力算出法とその精度検証, 日本建築学会構造系論文集, 第 532 号, pp137-143, 2000.6
- 3) Dimitros Vamvatsikos and C. Allin Cornell: Incremental Dynamic Analysis, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 31(3), pp491-514, 2002
- 4) 秋山宏, 北村春幸: エネルギースペクトルと速度応答スペクトルの対応, 日本建築学会構造系論文集, 第 608 号, pp37-43, 2006.10
- 5) 衣笠秀行, 向井智久, 野村設郎: 有効地震動継続時間と総エネルギー入力量に基づく応答変形量推定, 構造工学論文集, Vol.47B, pp.497-502, 2001.3