

論文 コンクリートの一軸圧縮挙動解析における非局所損傷モデルのパラメータに関する検討

越川 武晃*1・高谷 真実*2

要旨: コンクリートの一軸圧縮挙動を対象に、非局所損傷モデルを用いたパラメトリック解析を行い、ひずみ軟化域の経路設定に関するパラメータと解析結果の消費エネルギーの関係性について検討した。非局所影響半径、圧縮破壊エネルギー、圧縮強度の3つのパラメータに対し、適切な等価長さを設定することで、圧縮破壊エネルギーと等価な消費エネルギーが得られることを示した。このような等価長さとは非局所影響半径の比を相対等価長さとして定義すると、これは3つのパラメータの組み合わせに対して唯一に定まり、また、この値はひずみ軟化経路の設定に用いた軟化モデル式によって異なることを明らかにした。

キーワード: 非局所損傷モデル、圧縮破壊エネルギー、ひずみ軟化、コンクリート、局所化、有限要素

1. はじめに

圧縮力を受けるコンクリートは圧縮強度に達した後、ひずみの増加とともに応力が減少するひずみ軟化挙動を示す。このため、有限要素解析におけるコンクリートの構成則には、ひずみ軟化域を含めた応力-ひずみ関係の材料モデルがしばしば用いられるが、この場合、ある要素でひずみ軟化域に達すると、その後の挙動でひずみの局所化が生じることが知られている。圧縮域におけるひずみの局所化は、コンクリート構造物の特にポストピーク挙動の解析結果に影響し、例えば、広く一般に使用されている局所理論に基づく有限要素解析法によると、ひずみが局所化する範囲が要素寸法に依存し、したがって荷重-変位関係にも大きな影響を及ぼすことが明らかにされている。このため、適切な対処が必要となる。

ひずみの局所化による要素寸法依存性を抑制する手法についてはこれまで多くの提案があるが、なかでも有力な計算手法の一つに非局所損傷理論¹⁾に基づく材料モデルを用いる方法がある。この方法では、ひずみや損傷といった力学状態を、その点の状態変数のみから評価するのではなく、長さスケールのパラメータを導入した空間平均化手法により近傍の点の状態変数の影響も加味した形で評価する。このことで、ひずみ軟化域での挙動時にも要素寸法に依らないひずみの分布状態(ひずみの局所化状態)が表現され、コンクリートの圧縮域に対してこの方法を適用した既往の研究^{2),3)}においても、より合理的な解析結果が得られることが示されている。しかし一方で、それぞれの要素の力学状態が互いに影響を及ぼしあう複雑な状況を想定していることから、解析に際して各要素に設定される材料モデルと解析結果の関係性については必ずしも明らかにはなっていない。

これに対して局所理論に基づく有限要素解析では、解

析結果の荷重-変位関係における要素寸法依存性を軽減するために、コンクリートの材料モデルに圧縮破壊エネルギーを考慮する方法が従来から用いられている。これは、解析の結果得られる消費エネルギーが材料モデル上で設定した圧縮破壊エネルギーの値と等価となるよう、応力-ひずみ関係のひずみ軟化域を調整するものである。

このようなエネルギーの等価性に基づく概念は、材料モデルと解析結果の関係を明らかにする上で、非常に有効である。そこで本研究では、最も基本的なコンクリートの一軸圧縮挙動を対象として、非局所損傷モデルを用いたパラメトリック解析を行い、解析に用いた材料モデルの各パラメータと解析結果の消費エネルギーの関係性に焦点を当てた検討を行うことにする。

2. 非局所損傷モデルのパラメータ

2.1 非局所損傷モデル

非局所損傷モデルは損傷理論を基礎として、ひずみ軟化に関する局所変数を非局所化して記述した材料モデルである。損傷理論に基づくコンクリートの応力-ひずみ関係は、損傷を弾性係数の変化と関連付けて、次式で定義される⁴⁾。

$$\sigma = (1 - D) E_c \varepsilon \quad (1)$$

ここで、 σ は応力、 ε はひずみ、 D は損傷変数、 E_c はコンクリートの弾性係数である。損傷変数 D は、材料の損傷状態に応じて0から1までの値で変化する単調増加変数であり、 $D = 0$ は初期非損傷状態、 $D = 1$ は最終的破壊状態に対応する。

非局所損傷モデルでは、損傷変数 D が非局所量を用いて表現される。非局所量の選択にはこれまで様々な提案がなされているが、本研究では非局所ひずみ⁵⁾を採用す

*1 北海道大学大学院工学研究院 建築都市空間デザイン部門 助教 博士(工学) (正会員)

*2 北海道大学大学院工学院 建築都市空間デザイン専攻 大学院生

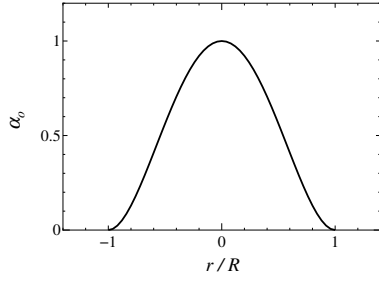


図-1 非局所重み関数

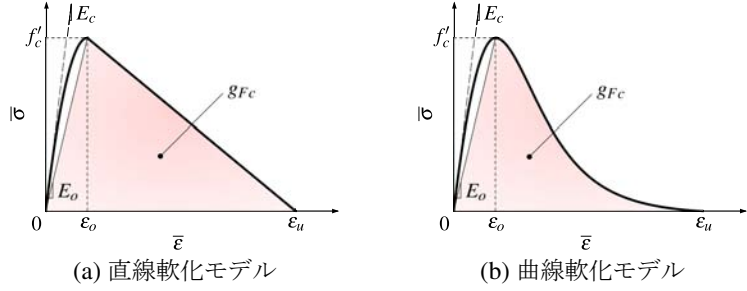


図-2 コンクリートの非局所応力-非局所ひずみ関係

ることとし、損傷変数 D を次式で評価する。

$$D = 1 - \frac{\bar{\sigma}}{E_c \bar{\varepsilon}} \quad (2)$$

ここで、 $\bar{\varepsilon}$ は非局所ひずみ、 $\bar{\sigma}$ は非局所ひずみに対応する非局所応力であり、これは非局所応力-非局所ひずみ関係のモデル式に基づいて設定される。非局所ひずみ $\bar{\varepsilon}$ は、ひずみ ε を重み付け空間平均化したものであり、本研究で対象とするコンクリートの一軸挙動の場合には次のようになる。

$$\bar{\varepsilon}(x) = \int_L \alpha(x, \xi) \varepsilon(\xi) d\xi \quad (3)$$

ここで、 L はコンクリートの軸方向長さ、 $\alpha(x, \xi)$ は非局所重み関数である。非局所重み関数 $\alpha(x, \xi)$ には、次式の釣鐘形関数を用いる。

$$\alpha(x, \xi) = \frac{\alpha_0(|x - \xi|)}{\int_L \alpha_0(|x - \zeta|) d\zeta} \quad (4)$$

$$\alpha_0(r) = \begin{cases} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^2 & \text{if } |r| \leq R \\ 0 & \text{if } |r| \geq R \end{cases} \quad (5)$$

ここで、 R は非局所影響半径であり、空間平均化領域の範囲を定める非局所損傷モデル特有のパラメータである。(図-1 参照)

2.2 非局所応力-非局所ひずみ関係のモデル式

一軸圧縮挙動を対象としたコンクリートの非局所応力-非局所ひずみ関係のモデル式を用いて、先の損傷変数 D を設定する。ここで用いるモデル式は、局所理論による解析で用いられる通常の意味での応力-ひずみ関係のものと同形である。

圧縮強度に達するまでの非局所応力-非局所ひずみ関係には、次式の放物線形状のモデル式を用いる。

$$\bar{\sigma} = f'_c \left\{ 2 \frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon_0} - \left(\frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon_0} \right)^2 \right\} \quad (6)$$

ここで、 f'_c は圧縮強度、 ε_0 は圧縮強度時の非局所ひずみである。

圧縮強度以降のひずみ軟化域に対しては、圧縮破壊エネルギーを導入したモデル式を適用することとし、非局所応力-非局所ひずみ関係の形状が解析結果に及ぼす影響を見るために、図-2 に示す2種類のモデル式を用いる。最も単純な(a)の直線軟化モデルは、次式で与えられる。

$$\bar{\sigma} = f'_c \left(1 - \frac{\bar{\varepsilon} - \varepsilon_0}{\varepsilon_u - \varepsilon_0} \right) \quad (7)$$

ここで、 ε_u は非局所応力が0となる終局時の非局所ひずみであり、これは圧縮破壊エネルギーを考慮して設定される(例えば6)。本研究で対象とする損傷理論に基づく応力-ひずみ関係では、除荷経路が原点指向となることを考慮すると、終局時の非局所ひずみ ε_u は次のようになる。

$$\varepsilon_u = \frac{2gFc}{f'_c} \quad (8)$$

ここで、 gFc は単位体積当たりの圧縮破壊エネルギーを意味しており、図中に色塗りした軟化経路と圧縮強度点からの除荷経路で囲まれた部分の面積に相当する。

また、(b)に示す曲線軟化モデルとして、ここでは著者らの提案モデル式⁷⁾を用いる。このモデル式は、圧縮軟化曲線のモデル化を行った既報告⁸⁾と同様の概念に基づいて、ひずみ軟化域におけるひずみの増加とそれに伴って徐々に消費されるエネルギーとの関係からモデル化したものであり、若干整理して表示すると次式となる。

$$\bar{\sigma} = f'_c \frac{1 + 2 \left(\frac{1}{a_p} - 2 \right) \frac{\bar{\varepsilon} - \varepsilon_0}{\varepsilon_u - \varepsilon_0} - \left(\frac{2}{a_p} - 3 \right) \left(\frac{\bar{\varepsilon} - \varepsilon_0}{\varepsilon_u - \varepsilon_0} \right)^2}{\left\{ 1 + \left(\frac{1}{a_p} - 2 \right) \frac{\bar{\varepsilon} - \varepsilon_0}{\varepsilon_u - \varepsilon_0} + \left(\frac{1}{a_p} - 1 \right)^2 \left(\frac{\bar{\varepsilon} - \varepsilon_0}{\varepsilon_u - \varepsilon_0} \right)^2 \right\}^2} \quad (9)$$

$$a_p = \frac{gFc - \frac{f'_c \varepsilon_0}{2}}{f'_c (\varepsilon_u - \varepsilon_0)} \quad (10)$$

上式中の a_p は軟化曲線の形状を特定するパラメータであり、 $0 < a_p < 1$ の値をとる。このモデル式では、 a_p の値を仮定することで直線軟化モデルの場合と同様に ε_u を gFc によって設定できる。ここでは、 $a_p = 0.1$ を用いる。

これら二つのモデル式における g_{Fc} の値は、局所理論に基づく解析の場合、材料の特性値である圧縮破壊エネルギー（単位面積当たり）と等価長さによって次式で与えるのが通例である。

$$g_{Fc} = \frac{G_{Fc}}{l_{eq}} \quad (11)$$

ここで、 G_{Fc} は圧縮破壊エネルギー、 l_{eq} は等価長さであり、一軸挙動を対象とする場合の等価長さには要素長さが用いられる。これは、一つの要素にひずみが局所化した場合を想定して、解析結果における要素寸法依存性を軽減するために導入されるものであるが、非局所損傷モデルを用いた場合には要素寸法に依存しない解析結果が得られることから、等価長さはこれとは異なった取り方をする必要がある。ここでは既往の研究^{9),10)}に倣い、等価長さは非局所影響半径 R に比例するものとし、次のように仮定する。

$$l_{eq} = kR \quad (12)$$

ここで、 k は等価長さと非局所影響半径の比を表す係数であり、本研究では非局所損傷モデルにおける相対等価長さと呼ぶことにする。

以上で見てきたように、本研究で用いる非局所損傷モデルのパラメータは、圧縮強度 f'_c とその時の非局所ひずみ ϵ_o 、圧縮破壊エネルギー G_{Fc} 、非局所影響半径 R 、および相対等価長さ k である。

3. パラメトリック解析による非局所損傷モデルの検討

3.1 解析概要

非局所損傷モデルのパラメータと解析結果の消費エネルギーの関係について検討するために、図-3のようなコンクリートの棒部材を対象としてパラメトリック解析を行った。解析対象は、単調圧縮を受ける長さ 1000mm、直径 100mm の円柱形状部材とし、一軸要素を用いて長さの等しい 101 要素（1 要素の長さ $l_{elm} \cong 9.9\text{mm}$ ）でモデル化した。要素内でのひずみや応力は一様分布するものとし、これらを要素の中央点で評価した。

非局所損傷モデルを用いた解析では、部材の境界（端部）付近でひずみが局所化すると、空間平均化に関係してそこでのひずみを過大に評価してしまう問題が指摘されている（例えば¹¹⁾）。この問題を避ける目的で、ここでは部材の中央でひずみが局所化するように中央の要素の圧縮強度を 0.5% 低減して設定し、局所化の起点とした。また、このことに関連してかなり長めの部材を対象としたことから、解析結果の荷重-変位関係にはスナップバック挙動が現れる。このため、解析は中央の要素のひずみの単調増加制御により行い、中央の要素の損傷変数 D が

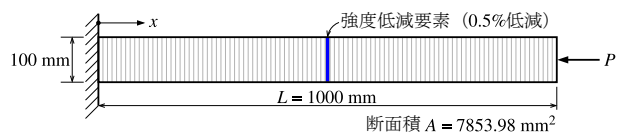
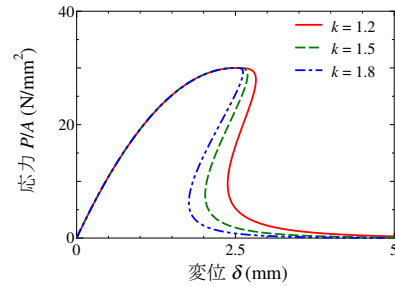


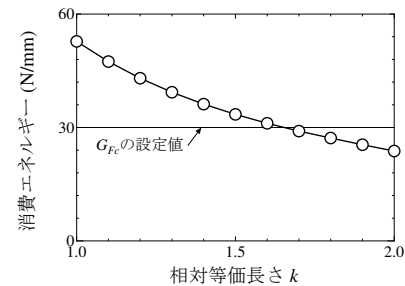
図-3 解析対象

表-1 解析パラメータ

パラメータ	設定値
非局所影響半径 R (mm)	54, 104, 153, 203
圧縮破壊エネルギー G_{Fc} (N/mm)	20, 30, 40, 50
圧縮強度 f'_c (N/mm ²)	20, 30, 40, 50



(a) 応力-変位関係



(b) 消費エネルギーと相対等価長さの関係

図-4 相対等価長さ k の値による解析結果の変化（曲線軟化モデル）

ほぼ最終的破壊状態となる $D = 0.999999$ に達した時点で解析を終了した。

解析パラメータには、非局所応力-非局所ひずみ関係においてひずみ軟化域の経路設定に関係する、非局所影響半径 R 、圧縮破壊エネルギー G_{Fc} 、圧縮強度 f'_c の3つを取り、それぞれに表-1に示す4つの値を設定した。したがって解析ケースはこれらを組み合わせた64通りである。 R の設定に際しては、空間平均化領域の範囲 $2R$ を 100mm 刻みで4段階に変化させることを想定し、これを要素の数（それぞれ 11, 21, 31, 41 要素）によって定めた。また、圧縮強度時の非局所ひずみ ϵ_o はすべての解析ケースで 0.0025 とした。

以上の解析条件と解析パラメータに対して、まず本研究で用いた非局所損傷モデルの残りのパラメータである相対等価長さ k の及ぼす影響について見ていくことにする。図-4に、解析パラメータ R, G_{Fc}, f'_c は同一で相対等価長さ k のみ変化させた場合の解析結果の一例を示す ($R = 104 \text{ mm}, G_{Fc} = 30 \text{ N/mm}, f'_c = 30 \text{ N/mm}^2$ の場合)。

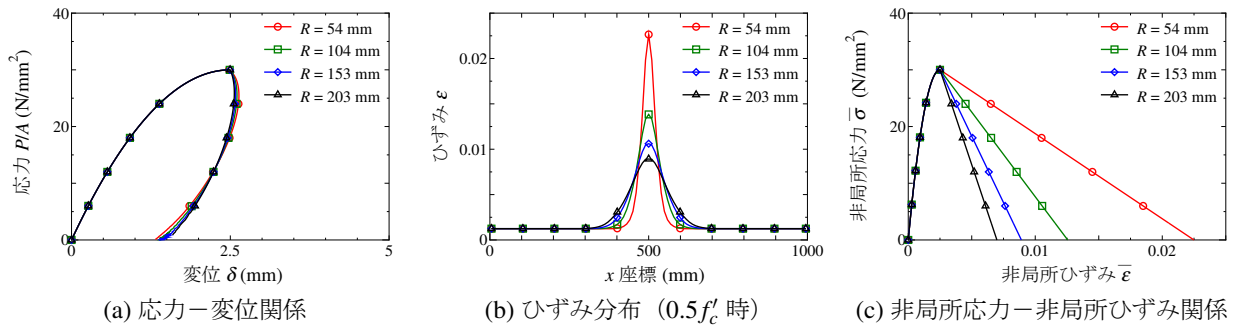


図-5 相対等価長さ \bar{k} による解析結果 (直線軟化モデル)

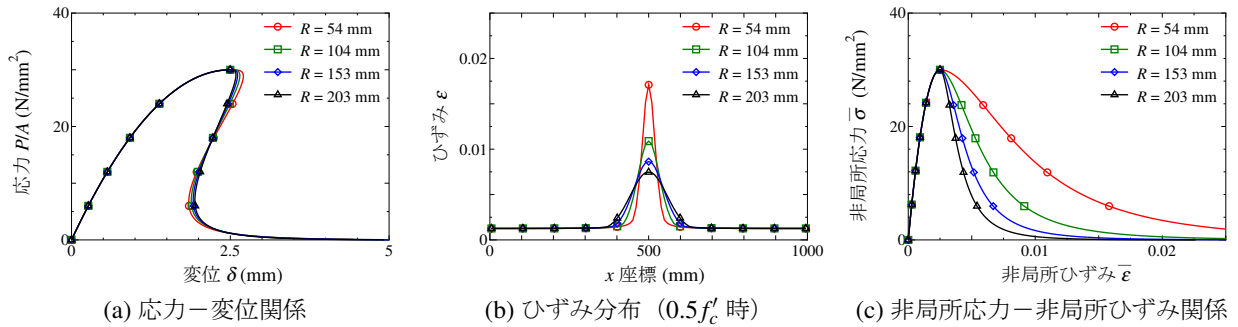


図-6 相対等価長さ \bar{k} による解析結果 (曲線軟化モデル)

図の (a) に示す3つの応力-変位関係の結果を見ると、これらは圧縮強度に達するまではいずれも同じ挙動となっているが、その後は k の値によって異なっており、 k の値が大きくなるにつれてより急激なスナップバック挙動を示している。このことは、すなわち圧縮破壊によって消費されたエネルギーが k の値によって異なっていることを意味している。解析結果の消費エネルギーは、この応力-変位関係の面積から求めることができ、ここでは圧縮強度点からの除荷経路を、解析に用いた非局所損傷モデルの除荷経路との対応から原点指向の直線とし、これとポストピーク曲線とで囲まれる面積を消費エネルギーとして求めた結果を図の (b) に示す。この図には k の値を 1.0~2.0 まで 0.1 刻みで変えた場合の消費エネルギーの変化を示してあるが、 k の値が大きくなるにしたがって解析結果の消費エネルギーは小さくなっていることがわかる。またこの図から、解析パラメータとして設定した圧縮破壊エネルギー G_{Fc} と消費エネルギーが等価となる k の値が存在することが読み取れる。

k は等価長さ l_{eq} を決定するパラメータの一つであり、等価長さの値は本研究で用いた非局所損傷モデルにおいて、各要素に設定される非局所応力-非局所ひずみ関係のひずみ軟化域に寄与するものである。したがって以上で見たことは、材料モデルのひずみ軟化域の設定が消費エネルギーの解析結果に及ぼす影響と解釈することができ、また、各要素に適切な k の値を用いてひずみ軟化域を設定すれば、想定した圧縮破壊エネルギーの値と等価な消費エネルギーが解析結果として得られることを示し

ている。そこで本研究では、このような解析結果をもたらす k の値をすべての解析ケースについて求めることとした。このために、それぞれの解析ケースで多数回の解析を実施し、この時に消費エネルギーの解析結果が圧縮破壊エネルギーの値に近づくよう k の値を二分法の考え方に基づいて変化させていき、 k の収束値を求めた。このようにして求められた相対等価長さを \bar{k} の記号で表すことにし、これ以降は \bar{k} による解析結果について見ていくことにする。

3.2 解析結果

図-5と図-6に、それぞれ直線軟化モデルと曲線軟化モデルを用いた場合の相対等価長さ \bar{k} による解析結果を示す。いずれも $G_{Fc} = 30 \text{ N/mm}$, $f'_c = 30 \text{ N/mm}^2$ とした場合の結果であり、それぞれの図中に R の値による4つの結果を示してある。まず各図の (a) から、応力-変位関係は R の値によらずほぼ同程度の挙動となっており、したがってそれぞれの解析ケースでの消費エネルギーも同程度の結果が得られていることが確認できる。軟化モデルの違いについては、既往の研究¹²⁾でも指摘されているように、直線軟化モデルを用いると実験の結果から観察される実際の挙動とはかけ離れた結果が得られてしまい、このためには曲線軟化モデルを用いる必要があることがわかる。各図の (b) はポストピーク挙動時のひずみ分布を、また (c) は \bar{k} を用いて設定された非局所応力-非局所ひずみ関係を比較したものであるが、これらは R の値に応じて異なっており、 R の値が大きいほどひずみの局所化範囲は広く、またひずみ軟化域の勾配は急にな

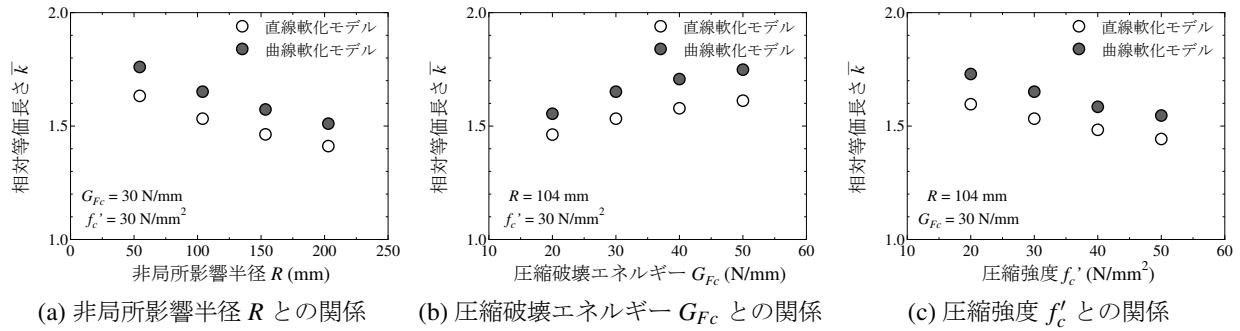


図-7 相対等価長さ \bar{k} と解析パラメータの関係

る傾向が見て取れる。これは、先の式 (11) における l_{eq} と g_{F_c} の関係を具体的に示すものである。

3.3 相対等価長さ \bar{k} に関する考察

相対等価長さ \bar{k} と解析パラメータ R, G_{F_c}, f'_c の関係について見ていくことにする。図-7 は各解析パラメータの値が \bar{k} の値に及ぼす影響を見た一例であって、図の (a), (b), (c) に、それぞれ R, G_{F_c}, f'_c のみを変化させた場合の \bar{k} の値を示す。それぞれの図中には、その他の解析パラメータの値も示してあり、また2種類の軟化モデルの結果を併記してある。これらの結果から、 \bar{k} の値はすべての解析パラメータの値に影響を受け、 R と f'_c についてはその値を大きくすると \bar{k} の値は小さくなり、 G_{F_c} に対してはその逆の傾向を示していることがわかる。また、このような全体的な傾向に軟化モデルによる違いは見受けられないが、 \bar{k} の値自体は軟化モデルによって異なったものとなっている。

相対等価長さ \bar{k} に関する以上の傾向を踏まえて、次に解析パラメータとの関係を先に示したモデル式に基づいて考えてみる。まず、式 (12) より、

$$\bar{k} = l_{eq} \frac{1}{R} \quad (13)$$

が得られ、これに式 (11) の関係を適用すると、

$$\bar{k} = \frac{1}{g_{F_c}} \frac{G_{F_c}}{R} \quad (14)$$

となる。さらに、直線軟化モデルの場合は式 (8) を用いて、

$$\bar{k} = \frac{2}{\epsilon_u} \frac{G_{F_c}}{R f'_c} \quad (15)$$

と変形され、曲線軟化モデルの場合は式 (10) を用いると、

$$\bar{k} = \frac{2}{2a_p \epsilon_u - (2a_p - 1) \epsilon_o} \frac{G_{F_c}}{R f'_c} \quad (16)$$

となる。 \bar{k} と解析パラメータの関係について示した以上の式に基づいて先の図-7 を見ると、より具体的に理解

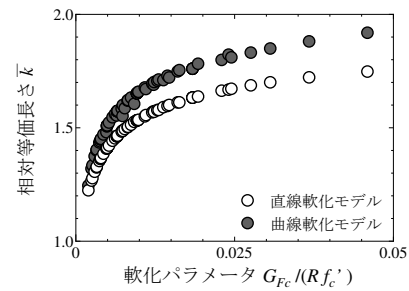


図-8 相対等価長さ \bar{k} と軟化パラメータの関係

しやすい。例えば、解析パラメータのうち R と f'_c の値は固定し G_{F_c} の値を変化させた図の (b) の場合に、 \bar{k} の値も比例的に変化しているのは、式 (15) や式 (16) の関係が影響しているものと解釈できる。このような解釈は、 R や f'_c を変化させた場合にも当てはまる。

さらに、式 (15) や式 (16) は、 \bar{k} と $G_{F_c}/(R f'_c)$ の関係を表したものと見することもできる。3つの解析パラメータで構成される $G_{F_c}/(R f'_c)$ をここでは軟化パラメータと呼ぶことにし、図-8 に全解析ケース分の \bar{k} と軟化パラメータ $G_{F_c}/(R f'_c)$ の関係を示す。この図から明らかなように、 \bar{k} と $G_{F_c}/(R f'_c)$ の値は強い曲線相関の関係にあり、 R, G_{F_c}, f'_c の個別の値ではなく $G_{F_c}/(R f'_c)$ の値に対して唯一の \bar{k} が定まることがわかる。したがって、本研究で用いた非局所損傷モデルでは、 $G_{F_c}/(R f'_c)$ の値に応じた適切な \bar{k} の値を用いてひずみ軟化域の経路設定を行えば、 G_{F_c} の値と等価な消費エネルギーが解析結果として得られることになる。

なお、 \bar{k} の値に軟化モデルによる違いは見受けられるが、いずれの軟化モデルにおいても、ここで設定した軟化パラメータの範囲では \bar{k} が2以下の値をとっている。この \bar{k} の値がとり得る範囲について若干考察を行ってみる。図-9 は、ひずみの分布状態と非局所影響半径 R および相対等価長さ \bar{k} の関係について概念的に示したものである。図中の (a) はひずみの局所化範囲が最小値である一要素長 l_{elm} の場合、(b) は最大値である全長 L の場合を示している。(a) は局所理論による解析結果に対応す

るものであり、これを非局所損傷理論で考えてみると空間平均化領域が一要素内にとどまることに相当する。したがって、その範囲 $2R$ は要素長さ l_{elm} で与えられ、等価長さ l_{eq} も要素長さ l_{elm} となることから、式 (13) より \bar{k} は 2 となる。また (b) については、どの位置の要素に対しても全長 L が空間平均化の対象になる状態を想定すると非局所影響半径 $R=L$ であり、等価長さ l_{eq} も L と考えると \bar{k} として 1 が得られる。非局所損傷モデルによる通常の場合は、これらの中間の挙動を示すことから図中の (c) のような状態になる。したがって、 \bar{k} の値が取り得る範囲は 1~2 と考えることができ、本研究における解析結果は妥当なものであると言える。

4. まとめ

本研究では、コンクリートの一軸圧縮挙動を対象として、非局所損傷モデルを用いたパラメトリック解析を行った。非局所応力-非局所ひずみ関係のひずみ軟化域を、直線軟化モデル式と曲線軟化モデル式で表現した非局所損傷モデルを用いた。ひずみ軟化経路の設定に関する非局所影響半径 R 、圧縮破壊エネルギー G_{Fc} 、圧縮強度 f'_c 、相対等価長さ k をパラメータとして、解析結果の消費エネルギーとの関係性について検討した。本研究で得られた知見を以下に示す。

- (1) ひずみ軟化経路の設定が消費エネルギーに及ぼす影響について、まず相対等価長さ k を変化させた検討を行い、想定した圧縮破壊エネルギーと等価な消費エネルギーが得られる相対等価長さ \bar{k} の値が存在することを示した。
- (2) 相対等価長さ \bar{k} を用いた解析結果では、応力-変位関係が非局所影響半径 R の値にかかわらずほぼ同程度の挙動となり、したがって消費エネルギーも同程度となることを確認した。またひずみ分布と非局所応力-非局所ひずみ関係の相互関係について示した。
- (3) 相対等価長さ \bar{k} に関する考察を行い、これは 3 つのパラメータで構成される軟化パラメータ $G_{Fc}/(Rf'_c)$ の値に対して唯一に定まり、また、この値はひずみ軟化経路の設定に用いた軟化モデル式によって異なることを明らかにした。
- (4) 相対等価長さ \bar{k} の値がとり得る範囲について、ひずみの分布状態との関係を用いた考察を試み、その値は 1~2 と考えられることを示した。

参考文献

- 1) Pijaudier-Cabot, G. and Bažant, Z. P.: Nonlocal Damage Theory, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol.113, No.10, pp.1512-1533, Oct. 1987
- 2) 諏訪俊輔, 権庸吉, 中村光, 田邊忠顕: 積分型非局所損傷理論を適用したファイバーモデルによる RC 部材解析,

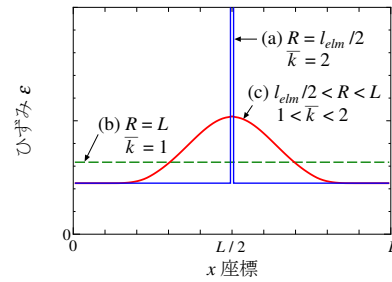


図-9 ひずみの分布状態に関する概念

コンクリート工学年次論文集, vol.26, No.2, pp.73-78, 2004

- 3) 高橋良輔, 檜貝勇, 斉藤成彦: RC はりのせん断挙動解析におけるひび割れモデルに関する検討, *コンクリート工学年次論文集*, vol.30, No.3, pp.55-60, 2008
- 4) 村上澄男: 連続体損傷力学, 森北出版株式会社, 2008
- 5) Jirásek, M. and Patzák, B.: Consistent Tangent Stiffness for Nonlocal Damage Models, *Computers and Structures*, Vol.80, pp.1279-1293, 2002
- 6) Nakamura, H. and Higai, T.: Compressive Fracture Energy and Fracture Zone Length of Concrete, *JCI-C51E Seminar on Post-Peak Behavior of RC Structures Subjected to Seismic Loads*, Vol.2, pp.259-272, 1999.10
- 7) 越川武晃, 長谷川拓哉: 圧縮破壊エネルギーを考慮したコンクリートのひずみ軟化曲線のモデル化, *日本建築学会大会学術講演梗概集 (関東)*, 構造 IV, pp.239-240, 2011.8
- 8) 越川武晃, 村松慎也, 長谷川拓哉: 圧縮破壊エネルギーを考慮したコンクリートの圧縮軟化曲線のモデル化, *コンクリート工学年次論文集*, vol.33, No.2, pp.97-102, 2011
- 9) Jirásek, M., Rolshoven, S. and Grassl, P.: Size Effect on Fracture Energy Induced by Non-locality, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol.28, pp.653-670, 2004
- 10) Nguyen, G. D. and Houlsby G. T.: Non-local Damage Modelling of Concrete: A Procedure for the Determination of Model Parameters, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol.31, pp.867-891, 2007
- 11) Krayani, A., Pijaudier-Cabot, G. and Dufour, F.: Boundary Effect on Weight Function in Nonlocal Damage Model, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol.76, pp.2217-2231, 2009
- 12) Jirásek, M.: Nonlocal Models for Damage and Fracture: Comparison of Approaches, *International Journal of Solids and Structures*, Vol.35, pp.4133-4145, 1998