

# 論文 極限解析に基づく単層偏心系モデルの塑性崩壊時における1次モード形の推定

藤井 賢志\*1

**要旨:** 本論文では、立面的に整形かつ全体降伏機構を形成する構面から成る鉄筋コンクリート造多層偏心建物を縮約した1質点3自由度系モデル(単層偏心系モデル)を対象として、系が1次モードで応答する際に起こりうる崩壊機構を極限解析に基づいて推定する方法(崩壊モード解析)を示す。検討の結果、崩壊モード解析により得られた単層偏心系の崩壊モードのうち、崩壊加速度が最小となる崩壊モードが非線形領域での1次モード形の変動を考慮した静的漸増載荷解析結果と近似的に対応することがわかった。

**キーワード:** 偏心建物, 静的漸増載荷解析, 極限解析, 1次モード

## 1. はじめに

鉄筋コンクリート造(以下RC造)偏心建物の非線形地震応答を精度よく推定するためには、非線形領域での1次モード形を適切に捉える事が重要な課題である。これを厳密に扱う方法として、偏心建物の各構面または各部材の剛性低下による1次モード形の変動を考慮する変位モード強制型静的漸増載荷解析が提案されている(例えば1), 2)。一方、地震応答中に偏心建物で生じる崩壊機構は、地震応答時の外力分布のみならず建物平面における構面耐力の分布に強く影響される。加えて、非線形領域で応答する偏心建物の1次モード形は、応答時に生じる崩壊機構に依存すると考えられる。従って、建物平面における構面耐力の分布から、1次モードで応答する際に生じる崩壊機構が推定可能ならば、偏心建物の非線形応答を理解するうえで有用である。

本研究では、直交する2方向に配置された曲げ降伏先行で全体崩壊型の挙動を示す構面から成る偏心建物を想定した単層偏心系モデルを対象として、極限解析により1次モードで応答する際に起こりうる崩壊機構を推定する方法(崩壊モード解析)を示す。次いで、単層偏心系モデルが1次モード応答の主軸方向<sup>2)</sup>からの水平1成分地震入力を受ける場合について、応答時刻歴の分析を行う。

## 2. 崩壊モード解析の概要

図-1に示す単層偏心系モデルにおいて、質量を  $m$ 、回転慣性質量を  $I$  とする。X, Y 方向の構面の数をそれぞれ  $n_x$  と  $n_y$  とすると、鉛直部材の復元力の2軸相関の影響が無視できる場合での偏心建物の崩壊機構の数は、層数にかかわらず、X, Y 方向の並進機構に加えて、図-1(a)に示すように直交する構面の交点を回転中心とするねじれ崩壊機構の合計  $(n_x \times n_y + 2)$  通りとなる<sup>3)</sup>。ここで、重心での塑性変形ベクトル  $\mathbf{d}_p = \{x_p, y_p, \theta_p\}^T$

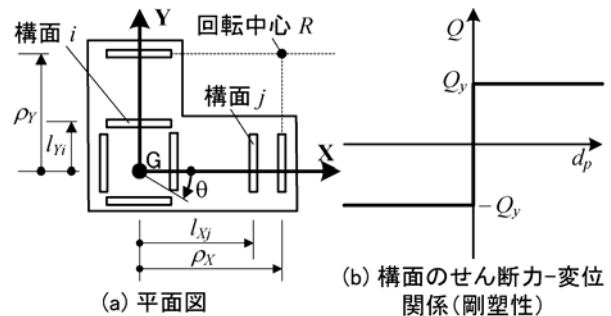


図-1 剛塑性挙動する構面から成る単層偏心系モデル

は、ベクトル  $\boldsymbol{\varphi} = \{\phi_x, \phi_y, \phi_\theta\}^T$  を用いて式(1)で表すことができるかと仮定する。

$$\mathbf{d}_p = \beta \boldsymbol{\varphi} D_p^* \tag{1}$$

式(1)中で、 $D_p^*$  はベクトル  $\boldsymbol{\varphi}$  に対応する等価塑性変形、 $\beta$  は振動論での刺激係数に相当し、式(2)で定義する。

$$\beta = \frac{\boldsymbol{\varphi}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\alpha}}{\boldsymbol{\varphi}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}} = \frac{\sqrt{\phi_x^2 + \phi_y^2}}{\phi_x^2 + \phi_y^2 + (I/m)\phi_\theta^2} \tag{2}$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$\boldsymbol{\alpha} = \{\cos \psi, -\sin \psi, 0\}^T \tag{4}$$

$$\tan \psi = -\phi_y / \phi_x \tag{5}$$

ここで、式(3)で表される  $\mathbf{M}$  は、単層偏心系モデルの質量マトリクスである。加えて、式(4)で表される  $\boldsymbol{\alpha}$  は重心の移動方向を表すベクトル、 $\psi$  は塑性変形ベクトル  $\mathbf{d}_p$  において重心の移動する方向と X 軸のなる角度(時計回りを正)である。従って、式(2)で得られる  $\beta$  は、ベクトル  $\boldsymbol{\varphi}$  での重心の移動する方向に対する刺激係数に相当する。例として、図-1(a)に示すように点  $R(\rho_x, \rho_y)$  を回転中心とするねじれ崩壊機構を仮定する場合、床の回転の向きを時計回りと仮定すると  $\beta \boldsymbol{\varphi}$  は式(6)で得られる。

\*1 千葉工業大学 工学部建築都市環境学科准教授 博(工) (正会員)

$$\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\phi} = \frac{\sqrt{\rho_Y^2 + \rho_X^2}}{\rho_X^2 + \rho_Y^2 + I/m} \{-\rho_Y \quad \rho_X \quad 1\}^T \quad (6)$$

一方、外力ベクトル  $\mathbf{f}_R$  は式(7)によりベクトル  $\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\phi}$  と関係づけられると仮定する。

$$\mathbf{f}_R = \mathbf{M}(\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\phi})A_p^* \quad (7)$$

ここで、 $A_p^*$  はベクトル  $\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\phi}$  に対応する崩壊等価加速度である。加えて、X、Y 方向各構面のせん断力を  $Q_{Xi}$ 、 $Q_{Yj}$ 、原点を重心位置としたときの各構面の位置を  $l_{Yi}$ 、 $l_{Xj}$  とするとき、重心での外力ベクトル  $\mathbf{f}_R$  は力の釣合いから式(8)により表される。

$$\mathbf{f}_R = \begin{Bmatrix} f_{RX} \\ f_{RY} \\ M_Z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & \cdots & 1 \\ l_{Y1} & \cdots & l_{Yn_x} & -l_{X1} & \cdots & -l_{Xn_y} \end{bmatrix} \mathbf{f}_{RF} \quad (8)$$

$$\mathbf{f}_{RF} = \{Q_{X1} \quad \cdots \quad Q_{Xn_x} \quad Q_{Y1} \quad \cdots \quad Q_{Yn_y}\}^T \quad (9)$$

加えて、各構面のせん断力-変位関係を図-1(b)に示す剛塑性性と仮定し、各構面のせん断力  $Q_{Xi}$ 、 $Q_{Yj}$  は式(10)の関係を満足する事とする。

$$-Q_{yXi} \leq Q_{Xi} \leq Q_{yXi}, -Q_{yYj} \leq Q_{Yj} \leq Q_{yYj} \quad (10)$$

ここで、 $Q_{yXi}$ 、 $Q_{yYj}$  は各構面の降伏耐力である。従って、仮定した崩壊機構に対応させてベクトル  $\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\phi}$  を定めれば、式(7)に基づき外力分布を定めて通常の極限解析と同様にして下界定理に基づき式(8)、(10)を満足する崩壊等価加速度  $A_p^*$  と崩壊機構が得られる。

本研究では、ベクトル  $\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\phi}$  のうち式(1)と式(7)の関係を同時に満足するものを崩壊モードベクトル  $\boldsymbol{\beta}_p\boldsymbol{\phi}_p$  と定義する。換言すれば、式(7)より外力分布を定める際に仮定した崩壊機構と真の崩壊機構が一致する時のベクトル  $\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\phi}$  が、単層偏心系モデルの崩壊モードベクトル  $\boldsymbol{\beta}_p\boldsymbol{\phi}_p$  となる。そこで、崩壊モード解析では、全ての崩壊機構に対して式(7)より外力分布を定め、その後極限解析を実施して得られた崩壊機構が元の崩壊機構と一致するケースを選別する事で崩壊モードベクトル  $\boldsymbol{\beta}_p\boldsymbol{\phi}_p$  を全て求めている。

ここで、本研究で提案する崩壊モード解析と線形弾性振動論における固有値解析との関係について補足する。崩壊モードベクトル  $\boldsymbol{\beta}_p\boldsymbol{\phi}_p$  は、式(1)と式(7)の両方を満足するため、 $\mathbf{f}_R$  と  $\mathbf{d}_p$  との関係が、式(11)の形で表されることがわかる。

$$\mathbf{f}_R = \mathbf{M}(\boldsymbol{\beta}_p\boldsymbol{\phi}_p)A_p^* = \frac{A_p^*}{D_p^*} \mathbf{M}\mathbf{d}_p \quad (11)$$

一方、線形弾性振動論によると、系の弾性剛性マトリクスを  $\mathbf{K}$  とするとき、 $i$  次モードの固有ベクトル  $\boldsymbol{\phi}_i$  は、 $i$  次モードの固有円振動数を  $\omega_i$  とすると式(12)の関係を

満足する。

$$\omega_i^2 \mathbf{M}\boldsymbol{\phi}_i = \mathbf{K}\boldsymbol{\phi}_i \quad (12)$$

加えて、 $i$  次モードの変位ベクトルを  $\mathbf{d}_i$  は  $i$  次モードの刺激係数を  $\beta_i$ 、等価変位を  $D_i^*$  を用いて式(13)で表す。

$$\mathbf{d}_i = \beta_i \boldsymbol{\phi}_i D_i^* \quad (13)$$

式(12)、(13)より、 $i$  次モードの外力ベクトルを  $\mathbf{f}_{Ri}$  とすると、 $\mathbf{f}_{Ri}$  は式(14)で表される。

$$\mathbf{f}_{Ri} = \mathbf{K}\mathbf{d}_i = \omega_i^2 (\beta_i D_i^*) \mathbf{M}\boldsymbol{\phi}_i = \omega_i^2 \mathbf{M}\mathbf{d}_i \quad (14)$$

式(11)と式(14)の比較より、式(11)における  $A_p^*/D_p^*$  は、式(14)における  $i$  次モードの固有円振動数を  $\omega_i$  と対応することがわかる。このことから、崩壊モードベクトル  $\boldsymbol{\beta}_p\boldsymbol{\phi}_p$  は線形弾性振動論における固有モードベクトル  $\boldsymbol{\beta}_i\boldsymbol{\phi}_i$  と対応するものと考えられる。

以下では崩壊モード解析により得られる崩壊モードベクトルは、崩壊等価加速度  $A_p^*$  が小さいものから  $\boldsymbol{\beta}_{p1}\boldsymbol{\phi}_{p1}, \dots, \boldsymbol{\beta}_{pn}\boldsymbol{\phi}_{pn}$  ( $n$ : 崩壊モードの数) と表すこととし、これに対応させて崩壊等価加速度も  $A_{p1}^*, \dots, A_{pn}^*$  と表すこととする。加えて、崩壊モードのうち、崩壊等価加速度  $A_p^*$  が最小となるものを「最小崩壊モード」、このときの崩壊モードベクトル  $\boldsymbol{\beta}_{p1}\boldsymbol{\phi}_{p1}$  を「最小崩壊モードベクトル」と定義することとし、線形弾性振動論での1次モードベクトルに対応するものとする。

崩壊モードベクトル  $\boldsymbol{\beta}_p\boldsymbol{\phi}_p$  において、重心の移動する方向を「崩壊モードベクトルの主軸方向」と定義し、これがX軸となす角度  $\psi_{pi}$  を式(15)より定める。加えて、崩壊モードベクトルに対する等価質量比  $m_{pi}^*$  を式(16)にて定義する。

$$\tan \psi_{pi} = -\phi_{Ypi} / \phi_{Xpi} \quad (15)$$

$$m_{pi}^* = \frac{\boldsymbol{\beta}_{pi}^2 \boldsymbol{\phi}_{pi}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\phi}_{pi}}{m} = \frac{\phi_{Xpi}^2 + \phi_{Ypi}^2}{\phi_{Xpi}^2 + \phi_{Ypi}^2 + (I/m)\phi_{\Theta pi}^2} \quad (16)$$

### 3. 解析建物モデル

解析建物モデルは、平面形状がL字型である4層建物を想定した1質点3自由度系モデルである。解析建物モデルの平面図を図-2に示す。解析建物モデルの慣性質量  $m$  は2133t、回転慣性質量  $I$  は2.033x10<sup>5</sup>tm<sup>2</sup>であり、

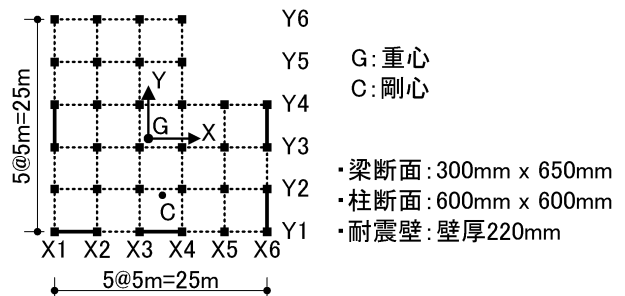


図-2 解析建物モデルの平面図

床重心位置は、Y1構面とX1構面の交点からX方向とY方向に11.07mの点である。静的漸増載荷解析ならびに時刻歴応答解析において用いる各構面の復元力特性を図-3に示す。本解析においては、構面の復元力特性の包絡線は同図(a)に示す3折れ線型とし、履歴モデルは同図(b)に示す武藤モデル<sup>4)</sup>において除荷剛性を修正したモデルとした。表-1に各構面の諸元(弾性剛性 $K_{EF}$ 、ひび割れ点の耐力 $Q_c$ 、降伏耐力 $Q_y$ 、降伏点割線剛性低下率 $\alpha_y$ 、降伏後剛性低下率 $\alpha_2$ )を示す。なお、表中の各構面の諸元は、文献5)に従って元となる4層偏心骨組(文献2)で用いたモデル)において各構面で独立に静的漸増載荷解析を行って定めたものである。解析建物モデルの基準法施行令による偏心率の値は、X、Y方向でそれぞれ $Re_x=0.428$ 、 $Re_y=0.263$ である。

解析建物モデルの弾性固有周期 $T_{ie}(i=1\sim 3)$ ならびに弾性モード形を図-4に示す。ここで、同図中に示す $\psi_{ie}$ は文献2)に示す弾性時における各モード応答の主軸方向がX軸となす角度であり、式(17)より得られる。

$$\tan \psi_{ie} = -\phi_{yie} / \phi_{xie} \quad (17)$$

図-4より、弾性時における解析建物モデルの各モード応答の主軸方向は構面方向とは一致していないことがわかる。加えて同図より、3次モードは1次および2次モードと比べてねじれが顕著なモードとなっていることがわかる。このことは、解析建物モデルの重心に関する弾力半径比 $J_x$ 、 $J_y$ の値が、ともに1より大きくなっていることと対応する。なお、同図に示すように、弾性1次モード形はX、Y方向の柔側構面であるY6構面ならびにX1構面が「振られ側」の構面となった。

#### 4. 崩壊モード解析結果と静的漸増載荷解析結果

##### 4.1. 崩壊モード解析結果

図-5に、崩壊モード解析により得られた解析建物モデルの崩壊モードのうち、崩壊等価加速度 $A_p^*$ が小さいものから4個を示す。本解析建物モデルでは、崩壊モードは全てで8個となった。このことは、単層偏心系において生じうる崩壊モードの数は系の自由度(=3)とは

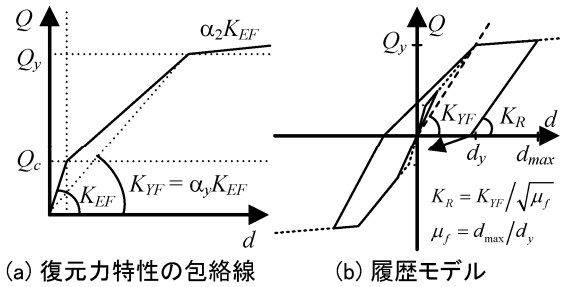


図-3 各構面の復元力特性

表-1 各構面の諸元

構面	$K_{EF}$ (MN/m)	$Q_c$ (kN)	$Q_y$ (kN)	$\alpha_y$	$\alpha_2$
Y1	940.1	1527	4581	0.2020	0.0049
Y2, Y3	129.5	530	1591	0.2921	0.0221
Y4	123.3	514	1542	0.2880	0.0224
Y5	80.5	328	984	0.2764	0.0216
Y6	70.7	302	905	0.2840	0.0230
X1	535.6	1139	3417	0.1748	0.0059
X2, X3	129.5	530	1591	0.2921	0.0221
X4	123.3	514	1542	0.2880	0.0224
X5	80.5	328	984	0.2764	0.0216
X6	858.8	1174	3522	0.2545	0.0041

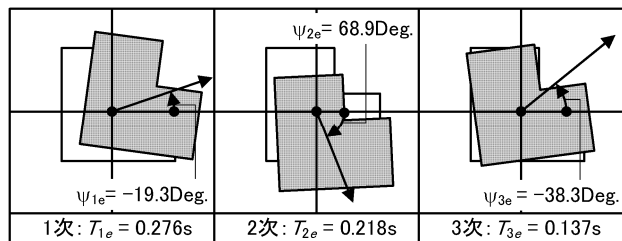


図-4 解析建物モデルの弾性モード形

必ずしも一致しないことを示している。加えて、同図(a)に示すように、「最小崩壊モード」はY1構面とX6構面の交点を回転中心とする崩壊機構となり、そのときの崩壊等価加速度は $A_{p1}^* = 6.61\text{m/s}^2$ となった。

##### 4.2. 静的漸増載荷解析結果との比較

文献1)、2)において筆者は、偏心建物を対象として非線形領域での1次モード形の変動を考慮した「変位モード強制型静的漸増載荷解析」を既に提案している。そこで以下では、文献1)の手法により静的漸増載荷解析を行

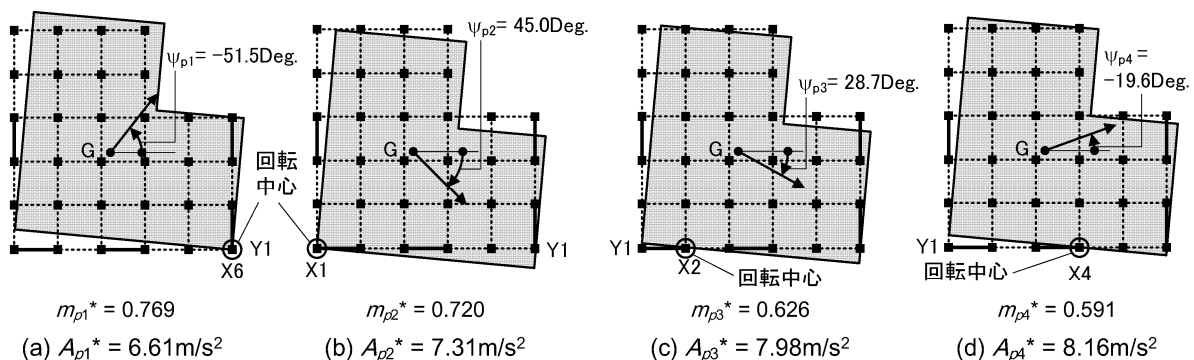


図-5 崩壊モード解析結果

い、これと「最小崩壊モード」とを比較する。

文献1)での「変位モード強制型静的漸増載荷解析」の仮定条件は以下の3つである。

- 単層偏心系の各ステップにおける1次モード形  ${}_n\beta_{1U} {}_n\phi_1$  は各々のステップにおける各構面の等価剛性に基づき固有値解析により定める。
- 各構面の等価剛性は当該ステップまでの最大変形に対する割線剛性（正負両領域で変形の絶対値が大きい側の割線剛性）で定義する。
- 各ステップで単層偏心系に強制する変位分布は上記 a), b) より定まる  ${}_n\beta_{1U} {}_n\phi_1$  と相似形とする。

なお、上述の1次モードの刺激係数  ${}_n\beta_{1U}$  は、各ステップでの1次モード応答の主軸（U軸）に対して定めるとし、式(18)より定める。

$${}_n\beta_{1U} = \frac{{}_n\phi_1^T \mathbf{M}_n \mathbf{a}_U}{{}_n\phi_1^T \mathbf{M}_n \phi_1} = \frac{\sqrt{{}_n\phi_{X1}^2 + {}_n\phi_{Y1}^2}}{{}_n\phi_{X1}^2 + {}_n\phi_{Y1}^2 + (I/m)_n \theta^2} \quad (18)$$

$${}_n\mathbf{a}_U = \{\cos {}_n\psi_1 \quad -\sin {}_n\psi_1 \quad 0\}^T \quad (19)$$

$$\tan {}_n\psi_1 = -{}_n\phi_{Y1} / {}_n\phi_{X1} \quad (20)$$

ここで、式(20)より得られる  ${}_n\psi_1$  は各ステップでの1次モード応答の主軸方向とX軸のなす角度である。

変位モード強制型静的漸増載荷解析より得られた各ステップでの重心変位ベクトル  ${}_n\mathbf{d} = \{{}_n x \quad {}_n y \quad {}_n \theta\}^T$  と重心での復元力ベクトル  ${}_n\mathbf{f}_R = \{{}_n f_{RX} \quad {}_n f_{RY} \quad {}_n M_Z\}^T$  を用いると、重心変位ベクトル  ${}_n\mathbf{d}$  と各ステップの1次モードベクトル  ${}_n\beta_{1U} {}_n\phi_1$  が相似であることから、等価変位  ${}_n D_{1U}^*$ 、等価加速度  ${}_n A_{1U}^*$  がそれぞれ式(21)、(22)より得られる。

$${}_n D_{1U}^* = \frac{{}_n\beta_{1U} {}_n\phi_1^T \mathbf{M}_n \mathbf{d}}{{}_n M_{1U}^*} = \frac{{}_n x^2 + {}_n y^2 + (I/m)_n \theta^2}{\sqrt{{}_n x^2 + {}_n y^2}} \quad (21)$$

$${}_n A_{1U}^* = \frac{{}_n\beta_{1U} {}_n\phi_1^T \mathbf{f}_R}{{}_n M_{1U}^*} = \frac{{}_n f_{RX} {}_n x + {}_n f_{RY} {}_n y + {}_n M_Z {}_n \theta}{m \sqrt{{}_n x^2 + {}_n y^2}} \quad (22)$$

ここで、式(21)中の  ${}_n M_{1U}^*$  は各ステップでの1次モードの主軸方向に対する1次等価質量であり、式(23)より得

られる。

$${}_n M_{1U}^* = {}_n\beta_{1U}^2 {}_n\phi_1^T \mathbf{M}_n \phi_1 = \frac{m({}_n x^2 + {}_n y^2)}{{}_n x^2 + {}_n y^2 + (I/m)_n \theta^2} \quad (23)$$

各ステップでの1次モードの等価質量比  ${}_n m_{1U}^*$  は式(24)より、1次モードの回転中心 R1 ( ${}_n\rho_{X1}$ ,  ${}_n\rho_{Y1}$ ) は式(25)よりそれぞれ得られる。

$${}_n m_{1U}^* = \frac{{}_n M_{1U}^*}{m} = \frac{{}_n x^2 + {}_n y^2}{{}_n x^2 + {}_n y^2 + (I/m)_n \theta^2} \quad (24)$$

$${}_n\rho_{X1} = {}_n y / {}_n \theta, \quad {}_n\rho_{Y1} = -{}_n x / {}_n \theta \quad (25)$$

図-6に、静的漸増載荷解析より得られた1次モードの回転中心 R1 ( $\rho_{X1}$ ,  $\rho_{Y1}$ ) の軌跡を示す。同図より、1次モードの回転中心は変位の増大とともに Y1 構面と X6 構面の交点の位置に移動していることがわかる。すなわち、1次モードの回転中心は、変位の増大とともに最小崩壊モードでの回転中心へ移動していくことがわかる。このことは、非線形領域での1次モード形の変動を考慮した静的漸増載荷解析を行うと、1次モードベクトル  $\beta_{1U} \phi_1$  は変位の増大とともに最小崩壊モードベクトル  $\beta_{p1} \phi_{p1}$  に漸近することを示している。

図-7に、等価変位  $D_{1U}^*$  と1次モード応答の主軸に対する1次等価質量比  ${}_n m_{1U}^*$ 、1次モード応答の主軸方向とX軸のなす角度  ${}_n\psi_1$ 、ならびに式(22)より得られる等価加速度  ${}_n A_{1U}^*$  の関係を、最小崩壊モードでの値と比較してそれぞれ示す。まず同図より、等価変位  $D_{1U}^*$  の増大とともに、1次等価質量比  $m_{1U}^*$  は最小崩壊モードに対する等価質量比  $m_{p1}^*$  に、1次モード応答の主軸方向がX軸となす角度  $\psi_1$  は最小崩壊モードベクトルの主軸方向がX軸となる角度  $\psi_{p1}$  にそれぞれ漸近していることがわかる。このことは、図-6において変位の増大とともに  $\beta_{1U} \phi_1$  が  $\beta_{p1} \phi_{p1}$  に漸近することからも明らかである。なお、図-7から明らかのように、解析建物モデルの  ${}_n m_{1U}^*$  の値は同図中の全領域において0.75以上の値となっていることから、本論文での解析建物モデルは1次モード応答の主軸方向からの地震入力に対して1次モード応答が支

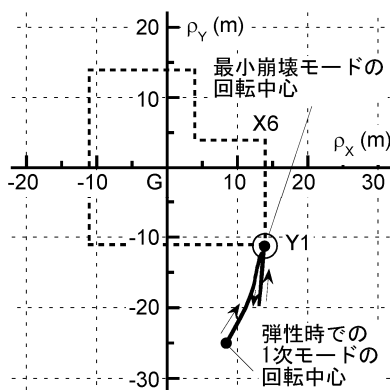


図-6 1次モードの回転中心の軌跡

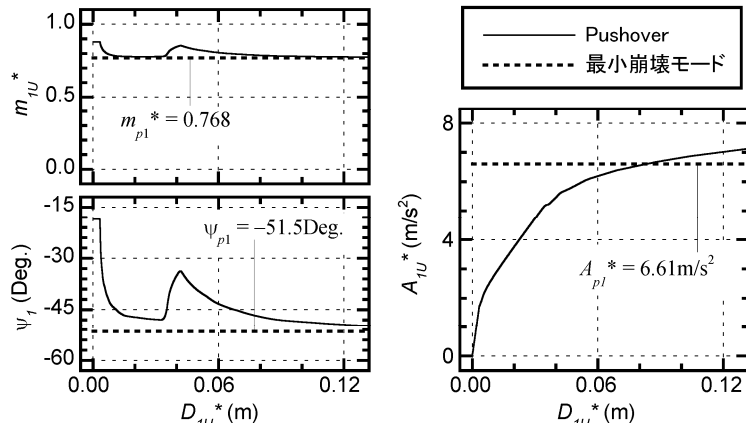


図-7 1次モードの等価質量比・主軸方向・等価加速度と等価変位の関係

配的となると考えられる。加えて図-7より、単層偏心系が全体的に降伏しているときの $A_{1U}^*$ の値が最小崩壊モードにおける崩壊等価加速度 $A_{p1}^*$ の値と概ね対応していることがわかる。なお、同図中において、静的漸増载荷解析結果による $A_{1U}^*$ が $D_{1U}^*$ が0.08mを超えた辺りで $A_{p1}^*$ を上回っているのは、表-1に示したように、静的漸増载荷解析での解析モデルでは構面の復元力特性において、降伏後剛性が0ではないためである。

以上により、本論文での解析建物モデルに関しては、文献1)の変位モード強制型静的漸増载荷解析より得られる単層偏心系モデルの1次モード形 $\beta_{1U}\phi_1$ は、等価変位 $D_{1U}^*$ が大きくなるに従い最小崩壊モードベクトル $\beta_{p1}\phi_{p1}$ へ近づく結果となった。

## 5. 水平1成分地震入力に対する応答時刻歴の分析

### 5.1. 入力地震動

入力地震動は、水平1方向入力とし、告示で規定された極めて稀に生じる地震動(第1種地盤)の設計用応答スペクトルに適合するように作成した模擬地震動1波とした。ここで、模擬地震動の位相は一様乱数とし、包絡関数は文献6)におけるレベル2地震動(継続時間; 120秒)を用いた。図-8に本論文で用いる模擬地震動の加速度応答スペクトル(減衰定数5%)を示す。本論文では、図-9に示すように解析建物モデルの最小崩壊モードの主軸方向( $\psi_{p1} = -51.5$ 度の方向)から入力することとした。減衰は瞬間剛性比例型とし、弾性1次モードに対して3%と仮定した。

### 5.2. 時刻歴応答解析結果の1次モード成分の抽出

次いで、解析建物モデルの最小崩壊モードの主軸方向から地震動を入力した場合の応答に着目し、1次モード成分の抽出を行う。ここでは、前章での静的漸増载荷解析による検討より、最大応答時の1次モードベクトルが最小崩壊モードベクトルと一致すると仮定して議論を行う(式(26))。

$$\beta_{1U}\phi_1 \approx \beta_{p1}\phi_{p1}, \psi_1 = \psi_{p1} \quad (26)$$

初めに、式(27)、(28)を用いて1次モード成分の等価変位 $D_{1U}^*(t)$ 、等価加速度 $A_{1U}^*(t)$ を抽出する。

$$D_{1U}^*(t) = \frac{\beta_{1U}\phi_1^T \mathbf{M} \mathbf{d}(t)}{M_{1U}^*} \approx \frac{\beta_{p1}\phi_{p1}^T \mathbf{M} \mathbf{d}(t)}{M_{p1}^*} \quad (27)$$

$$A_{1U}^*(t) = \frac{\beta_{1U}\phi_1^T \mathbf{f}_R(t)}{M_{1U}^*} \approx \frac{\beta_{p1}\phi_{p1}^T \mathbf{f}_R(t)}{M_{p1}^*} \quad (28)$$

$$M_{p1}^* = \beta_{p1}^2 \phi_{p1}^T \mathbf{M} \phi_{p1} = \frac{m(\phi_{x_{p1}}^2 + \phi_{y_{p1}}^2)}{\phi_{x_{p1}}^2 + \phi_{y_{p1}}^2 + (I/m)\phi_{\theta_{p1}}^2} \quad (29)$$

ここで、 $M_{p1}^*$ は最小崩壊モードベクトルに対する等価質量である。

図-10に、最小崩壊モードベクトル $\beta_{p1}\phi_{p1}$ を用いて

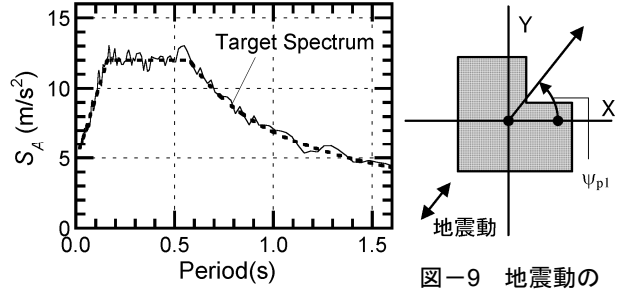


図-9 地震動の入力方向

図-8 加速度応答スペクトル

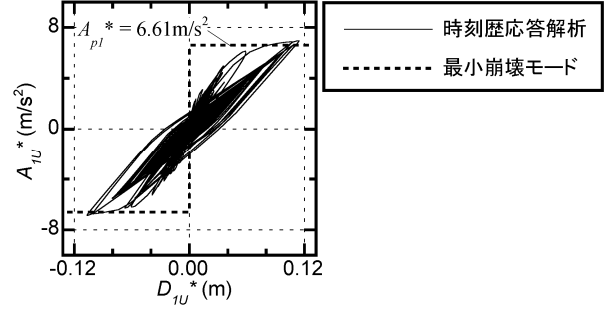


図-10 等価加速度—等価変位関係

抽出した1次モード成分の等価加速度 $A_{1U}^*(t)$ —等価変位 $D_{1U}^*(t)$ 関係を、最小崩壊加速度 $A_{p1}^*$ と比較して示す。同図中において、「最小崩壊モード」を示しているものは、崩壊モード解析より得られた最小崩壊モードでの崩壊等価加速度 $A_{p1}^*$ を示したものである。同図より、得られた $A_{1U}^*(t)$ — $D_{1U}^*(t)$ 関係が規則的なループを描いていること、ならびに最大応答点での $A_{1U}^*(t)$ の値が $A_{p1}^*$ と良好に対応していることがわかる。

次いで、応答時刻歴における1次モード成分の寄与分を分析する。地震動が1次モード応答の主軸方向(U方向)から入力するときの全モードに対する等価変位 $D_U^*(t)$ を式(30)で定義する。

$$D_U^*(t) = \frac{\mathbf{d}(t)^T \mathbf{M} \mathbf{d}(t)}{\mathbf{d}(t)^T \mathbf{M} \mathbf{a}_U} \quad (30)$$

式(30)において重心変位ベクトル $\mathbf{d}(t)$ が式(31)の形で書き表されると仮定すると式(32)の形で表される。

$$\mathbf{d}(t) = \sum_{i=1}^3 \beta_{iU}\phi_i D_{iU}^*(t) \quad (31)$$

$$D_U^*(t) = \frac{\mathbf{d}(t)^T \mathbf{M} \mathbf{d}(t)}{\mathbf{d}(t)^T \mathbf{M} \mathbf{a}_U} = \frac{\sum_{i=1}^3 M_{iU}^* \{D_{iU}^*(t)\}^2}{\sum_{i=1}^3 M_{iU}^* D_{iU}^*(t)} \quad (32)$$

ただし、式(31)中の $\beta_{iU}$ 、 $D_{iU}^*(t)$ はU方向に対する各モードの刺激係数ならびに等価変位、式(32)中の $M_{iU}^*$ は各モードの等価質量である。式(32)において、系の応答において1次モード応答の寄与分が支配的であるとすると、 $D_U^*(t)$ は1次モード成分の等価変位 $D_{1U}^*(t)$ に近似する。そこで式(32)の分母と分子に着目して、全モード応答に対する1次モード応答の寄与分を分析する。

図-11 に、式(32)の分母と分子の時刻歴を示す。ここで、同図中の「1次モード成分」は最小崩壊モードベクトル  $\beta_{p1}\phi_{p1}$  を用いて求めた。加えて、「高次モード成分」は全モード応答から1次モード成分を引いたものである。同図より、全モードに対する1次モード成分の寄与分は分母分子ともに非常に大きく、高次モード成分の寄与が非常に小さいことがわかる。これは、解析建物モデルでは、図-7 にて既に示したように、1次等価質量比  $m_{1U}^*$  が大きくなっていることと対応する。

図-12 に、式(27)による1次モード成分の等価変位  $D_{1U}^*(t)$  と式(32)による全モードに対する等価変位  $D_U^*(t)$  の応答時刻歴を比較して示す。同図より、両者は式(32)において分母が0となる時刻を除き、ほぼ一致していることがわかる。なお、同図中において  $D_U^*(t)$  の時刻歴でスパイク状の応答が確認できるが、これはこの時刻では式(32)の分母が0に近い値となったためである。

以上より、解析建物モデルの最小崩壊モードの主軸方向から地震動を入力した場合、最小崩壊モードに対応する成分 (= 1次モード成分) が支配的な挙動となることがわかる。

## 6. まとめ

本論文では、本研究では、直交する2方向に配置された曲げ降伏先行で全体崩壊型の挙動を示す構面から成る偏心建物を想定した、単層偏心系モデルを対象として、極限解析に基づく「崩壊モード解析」を提案し、1次モードの変動を考慮した静的漸増荷重解析結果と比較した。次いで、単層偏心系モデルが1次モード応答の主軸方向<sup>2)</sup>からの水平1成分地震動を受ける場合について、応答時刻歴の分析を行った。結論を以下に記す。

- (1) 本論文での解析建物モデルに関しては、文献1)の変位モード強制型静的漸増荷重解析より得られる単層偏心系モデルの1次モード形は、等価変位  $D_{1U}^*$  が大きくなるに従い、「崩壊モード解析」より得られる崩壊モードのうち、崩壊等価加速度が最小となる「最小崩壊モードベクトル」へ近づく結果となった。
- (2) 本論文での解析建物モデルに対して、最小崩壊モードの主軸方向から地震動を入力した場合、最小崩壊モードに対応する成分 (= 1次モード成分) が支配的な挙動となった。

## 謝辞

本論文は、平成22年度文部科学省科学研究費補助金(若手研究(B))「任意方向からの地震動を受ける平面的・立面的に不整形な建築物の地震応答性状の解明」、課題番号: 2160443、研究代表者: 藤井 賢志)として

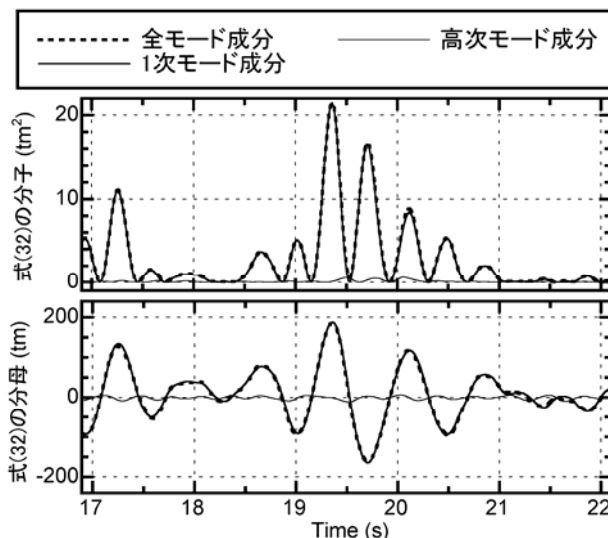


図-11 式(32)の分子・分母の応答時刻歴

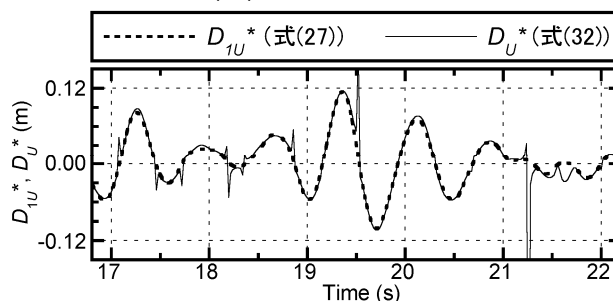


図-12 等価変位の応答時刻歴の比較

実施された成果の一部である。ここに謝意を示す。

## 参考文献

- 1) 藤井 賢志, 中埜 良昭, 真田 靖士: 単層1軸偏心建物の非線形応答評価における直交方向構面の剛性低下の影響, 構造工学論文集, 日本建築学会, Vol.49B, pp.221-234, 2003.3
- 2) 藤井 賢志: 任意方向からの水平1成分地震動を受ける偏心建物の柔側構面最大応答の上限値の推定, 日本建築学会構造系論文集, 第75巻第653号, pp.1247-1256, 2010.7
- 3) 井上 一郎: 建築鋼構造の理論と設計, 京都大学学術出版会, 2003
- 4) K. Muto, T. Hisada, T. Tsugawa, S. Bessho: Earthquake Resistant Design of a 20 Story Reinforced Concrete Buildings, Proceedings of the 5th World Conference on Earthquake Engineering, pp. 1960-1969, 1973
- 5) 藤井 賢志, 中埜 良昭: 全体崩壊型フレームにより構成された多層偏心骨組の最大応答変位推定手法に関する研究, 日本建築学会構造系論文集, 第607号, pp.149-156, 2006.9
- 6) 建設省建築研究所, 日本建築センター: 設計用入力地震動作成手法技術指針(案), 1993.3