# 論文 加速度・ひずみ測定に基づく鉄道 PC 桁の実剛性推定

徳永 宗正<sup>\*1</sup>·曽我部 正道<sup>\*2</sup>·後藤 恵一<sup>\*1</sup>·中田 裕喜<sup>\*3</sup>

要旨:鉄道 PC 桁を外ケーブル補強する場合,厳しい軌道変位管理に対して上反り量を制御するために,PC 桁のヤング率 E,断面二次モーメントIの個々の情報を正確に推定する必要がある。このような背景から本論 文では,PC 桁の E,Iの推定手法を示すことを目的とし,加速度・ひずみ測定,シェル要素を用いた数値解 析,および梁理論を組み合わせた手法を示した。経年 50 年程度の対象 PC 桁の,PC部,RC部の E は設計値 より 25%,20%程度大きいこと,I は設計値より 60%程度大きく,これは張出スラブ,排水勾配コンクリート に加えて,高欄断面の 30~40%程度が寄与していることなどを明らかにした。

キーワード: PC 桁, ヤング率, 断面二次モーメント, 加速度測定, ひずみ測定, 有限要素解析

### 1. はじめに

PC 桁の外ケーブル補強工法は,道路橋等において既に 手法が確立されており,2007 年度までに75 の補強事例 が報告されているが<sup>1)</sup>,鉄道橋に関してはこれまでに施 工事例が報告されていない。この背景には,鉄道橋では, 設計活荷重の改訂が行われていないこと,主ケーブルの 破断事例が少ないこと等が挙げられるが,一方でグラウ ト不良に起因する PC 鋼線の破断も懸念されており,工 法の適用性の検討が進められている。

高速鉄道の厳しい軌道変位管理に対して外ケーブル 補強を適用する場合に懸念される PC 桁の上反り量を的 確に制御するためには, PC 桁の実剛性および適切なプレ ストレス量を評価する必要がある。また,適切な補強プ レストレス力を設計で算出するには、ヤング率、断面二 次モーメントの個々の情報が必要となる。

実際に施工されたコンクリートは、圧縮強度、ヤング 率ともに設計値より大きくなるのが一般的であり、また 鉄道 PC 桁の断面剛性の設計計算においては、非構造部 材である軌道スラブ、地覆、高欄等の影響は考慮されな いため<sup>2)</sup>、施工の寸法誤差等も考慮すると実剛性は設計 剛性より大きくなる。既往の測定結果によれば固有振動 数は  $0\sim40\%$ 程度大きくなる場合が多いことが報告され ている<sup>3~5)</sup>。寸法誤差は、東北新幹線の RC 断面の統計 分析によると、概ね 5mm 以下であり、桁の固有振動数 には大きく影響しないレベルと考えられる<sup>6)</sup>。従って、 桁の実剛性と設計剛性の差は、ヤング率、非構造部材剛 性に主に起因していると考えられるが、それらの寄与度 や影響を個々に分離して分析した事例はない。

以上のような背景から,本論文では測定から実 PC 桁 のヤング率 E,断面 2 次モーメント I を推定することを 目的に以下の検討を行った。

(1) 加速度・ひずみ測定および有限要素解析等により,

実 PC 桁の E, Iを推定する手法を提案する。

(2) 提案手法により対象 PC 桁の E, Iを推定し, 適用性 を確認する。

### 2. 検討手法

#### 2.1 対象 PC 桁

図-1 に対象 PC 桁の断面図を示す。対象 PC 桁は,単 線並列の PC 単純 2 主桁で,スパン L は 14.3m,経年は 50 年程度である。本研究では,上り線側の 2 スパン分を 対象とした(以下,それぞれの桁を A1, A2 という)。 PC 桁は,主桁である PC 部と,桁間コンクリート,張出 スラブの場所打ち RC 部,非構造部材である排水勾配コ ンクリート, RC 高欄から構成される。

# 2.2 測定手法

# (1) 測定機材

表-1 に測定機器一覧を示す。本研究では、グラフィ カルプログラム環境「LabVIEW」をベースとした加速 度・ひずみの同期測定システムを構築し、測定に用いた。

#### (2) 設置方法

図-2 に1 スパン分の桁の測定機器配置を示す。加速 度計は桁下面に36 個を, ひずみゲージは桁下面及び側面 に16 枚をそれぞれ配置した。桁側面のひずみゲージを用 いて, スパン中央断面における, 中立軸位置を把握する。 (3) 測定ケース

インパルスハンマーにより各加速度計位置を加振す



\*1 公益財団法人鉄道総合技術研究所 構造力学 研究員 工修 (正会員) \*2 公益財団法人鉄道総合技術研究所 構造力学 室長 工博 (正会員) \*3 公益財団法人鉄道総合技術研究所 コンクリート構造 研究員 工修 (正会員) る衝撃振動試験及び列車走行試験を行った。衝撃振動試 験では、桁の固有振動モード同定を主な目的とし各加速 度計位置を3回ずつ加振した。列車走行試験では、桁A1 で上り10本、下り12本、桁A2で上り10本、下り6本 の営業列車を測定した。

### 2.3 解析手法

数値解析には、鉄道車両と構造物との動的相互作用解 析プログラム DIASTARS (Dynamic Interaction Analysis for Shinkansen Train and Railway Structure)を用いた。本手法 の実用性については、様々な実測や車両試験台を用いて 既に検証されている<sup>6,7</sup>。

# (1) 構造物の力学モデル

図-3 に対象 PC 桁の FEM モデルを示す。対象 PC 桁 の縦桁,横梁,中間スラブ,張出スラブ,高欄は線形シ ェル要素で,バラスト軌道は線形ソリッド要素でそれぞ れモデルした。図に示すように,各構成要素は要素厚さ 分長さを持つ剛ばねで接続し,要素剛性,重量を重複で 考慮しないモデルとした。排水勾配コンクリートは,厚 さ分をスラブシェル要素の厚さに付加することでその影 響を考慮した。バラストとスラブ間は,連続体と仮定し た。コンクリート部の単位重量は 24.5kN/m<sup>3</sup>,バラスト 部の単位重量は 19.0kN/m<sup>3</sup>とした<sup>2)</sup>。桁の橋軸方向は 20 分割,桁の高さ方向には 10 分割とした。

### (2) 車輪/レール間の力学モデル

図-4 に車輪/レール間の力学モデルを示す。脱線前 の車輪/レール間の相互作用力を,両者の鉛直方向相対 変位及び水平方向相対変位を用いて算定した。具体的に は,両者の接触面の法線方向には Hertz の接触ばねを, 接線方向にはクリープ力をそれぞれ考慮した<sup>6</sup>。車輪フ ランジとレールが接触した場合にはレール小返りばねを 用いてフランジ接触力を評価した。接触点と接触角は, 車輪及びレールの水平方向相対変位と車輪及びレールの 幾何学形状にもとづき定めた接触関数から求めた<sup>6</sup>。

# (3) 車両の力学モデル

図-5 に車両の力学モデルを示す。車両の力学モデル には、車体、台車枠、輪軸の各構成要素を剛体と仮定し、 これら剛体をばね、ダンパで結合した三次元車両モデル を用いた。1車両当たりの自由度は31である。実車では、 各構成要素間に著大な相対変位を抑制するストッパが設 けられている。これらを表現するため、ばねはバイリニ ア形の非線形ばねとした。列車編成は6両、列車速度は 72km/h、乗車率は0%とし、測定条件の平均値と概ね一 致する値とした。

### (4) 数値解析法

車両及び構造物に関する運動方程式を連立して解く ことにより,列車と構造物との動的な連成解析を行った。 効率的な数値解析を行うために,車両及び構造物の運動

表-1 測定機器一覧

項目	機器	メーカー	製品名	
システム	PC (RENOVO)	NI	LabVIEW	
加速度 測定	圧電型加速度計	リオン	PV85	
	プリアンプ	リオン	NH-22+UA-03	
	シャーシ	NI	cDAQ-9172	
	加速度 モジュール	NI	NI9233	
	圧電 モジュール	NI	NI9215	
	インパルス ハンマ	東陽テクニカ (PCB製)	086D05	
ひずみ	ひずみゲージ	KYOWA	KC-60	
測定	ひずみモジュール	NI	NI9235	



図-2 対象 PC 桁の測定機器配置



図-3 対象 PC 桁の FEM モデル



図-4 車輪/レール間の力学モデル



図-5 車両の力学モデル

方程式をモーダル変換する。得られる車両及び構造物の モーダル座標系上での運動方程式を、Newmarkの平均加 速度法により時間増分 $\Delta t$ 単位に解いていく。ただし、運 動方程式が非線形であることから、不釣合力が十分小さ くなるまで $\Delta t$ 内において反復計算を行った。解析に用い た $\Delta t$ は、10<sup>5</sup>秒とした。

### (5) 解析パラメータ

本解析では, PC 部ヤング率 (26.5~40.0kN/mm<sup>2</sup>の6 通り), RC 部ヤング率 (30.0~50.0kN/mm<sup>2</sup>の6通り), バラスト部ヤング率 (0.00265~2.65kN/mm<sup>2</sup>の25通り) をパラメータとし, 合計900ケースの解析を行った。

### 3. 検討結果

図-6に本論文の検討フローを示す。3.1 では、加速度 測定結果による固有振動モードの同定、ひずみ測定結果 による最大応答ひずみの評価、中立軸の推定を行う。3.2 では、最大応答ひずみ、固有振動数の測定結果と解析結 果が一致するように E を同定する。3.3 では、同定した ヤング率に基づき、固有振動数が測定と梁理論とで一致 するように I を推定する。同時に、測定から得られる中 立軸との整合性を確認し、非構造部材の影響度を評価す る。

### 3.1 測定結果に基づく固有振動モード,中立軸の推定

図-7 に上りの走行列車試験におけるスパン中央の応 答加速度波形の例を示す。図中の番号は図-2 に示す加 速度計番号に対応する。図から、2 本の縦桁で応答加速 度に大きな差はなく、張出スラブで応答が大きくなって いることが確認できる。

表-2, 図-8 に衝撃振動試験の応答加速度から同定し た固有振動モード一覧及び振動モード形状を示す。縦桁 鉛直1次モードの固有振動数は9Hz 程度(80L<sup>-0.8</sup>)であ り, PC 桁 A1, A2 で差はない。ヤング率を基準強度とし, 非構造部材を考慮せずに梁理論により算出した固有振動 数である 6.68Hz より,35%程度大きな値となっている。 モード減衰比は PC 桁 A1 で 1%程度,A2 で 3%程度と, A2 の方が大きい結果となった。縦桁ねじり1次モード及 び張出スラブ鉛直1次モードの固有振動数はA1の方が 若干大きく,それぞれ 13Hz 程度,16Hz 程度であった。

図-9 に中立軸位置同定フローを示す。中立軸は構造 性能,特に桁を梁理論で考慮する場合の断面二次モーメ ントを表す指標として有効であり,かつひずみ分布の応 答から測定することができると考えられる。静ひずみ測 定の場合,一般的に断面内で中立軸の位置は変化しない 一方,動ひずみ測定の場合,縦桁のねじりモード,張出 スラブのモード等の変形モードの影響で,断面内のひず み分布は静ひずみ分布とは異なるものとなる。加えて, 動ひずみが小さい領域では基線ずれの影響が大きくなっ



表-2 同定固有振動モード一覧

		固有振動数f(Hz)			モード減衰比ら			
変形部材		平均值	標準 偏差	変動 係数	平均值	標準 偏差	変動 係数	
縦桁	A1	9.09	0.19	2%	0.012	0.013	106%	
鉛直1次	A2	9.01	0.84	9%	0.033	0.013	38%	
縦桁	A1	13.98	0.24	2%	0.030	0.019	62%	
ねじり1次	A2	12.62	0.25	2%	0.023	0.013	55%	
張出スラブ	A1	16.52	0.19	1%	0.021	0.008	40%	
鉛直1次	A2	15.77	0.41	3%	0.024	0.010	44%	



て、中立軸位置の測定は難しくなることから、推定に際 しいくつかの処理を施した。まず、図中 STEP1 は測定さ れたひずみの原波形の一例である。STEP2 は原波形に 0 線補正、ローパスフィルターを適用したものである。上 限振動数は加速度測定により同定した縦桁鉛直1次モー ドの固有振動数f1×1.2とした。STEP3 では応答ひずみか ら中立軸位置を時々刻々と算出する。縦軸である中立軸 位置は、図-2 に示すようにハンチ下端を基準に下方向 を正とし、応答ひずみを最小二乗法により直線補間した 場合に補間直線関数の応答ひずみが0となる位置とを中 立軸位置とした。応答ひずみが小さい領域では安定した 値にならない。STEP4 では補間直線関数と鉛直方向に配 置した7点の測定応答ひずみの一致度を相関係数により 表し、相関係数が 0.95 以上の時刻のデータのみを抽出し た。STEP5 は各走行列車試験で抽出した中立軸位置の値 と,スパン中央の応答ひずみの関係をプロットしたもの である。図からひずみ振幅が増加するほど、中立軸位置 の値は小さくなっており一定の値に収束する傾向がある ことが確認できる。本研究の範囲では、値がほぼ収束す る応答ひずみが 10μ 程度以上のデータの平均値を最終的 な中立軸位置として同定した。測定の結果, PC 桁 A1, A2 共に, 縦桁(外)の方が縦桁(内)より 180mm 程度中立軸 が上にあることが確認できる。これは桁の外側に存在す る張出スラブ、高欄の影響と推定され、設計では考慮し ていない非構造部材が負担する応力の存在が確認できた。 PC 桁 A1, A2 を比較すると, PC 桁 A1 のほうが PC 桁 A2 より 10~20mm 程度中立軸位置が下にあることが明 らかとなった。

図-10 に各走行列車試験におけるスパン中央の最大 応答ひずみを示す。図中の横線は平均値である。上り列 車走行時に最大応答ひずみが 15~20µ 程度であるのに対 し,下り列車走行時では 2~5µ と上下線走行時で大きく 値が異なる。これは,対象 PC 桁が単線並列 2 主桁タイ プであり,構造上バラストのみで左右の桁が接続されて いるためと考えられる。上り線,下り線の構造が対象で あるため,下り線通過時の上り線挙動は上り線通過時の 下り線挙動と等しいと考えられる。荷重分担率を縦桁毎 の最大応答ひずみの比率とすると,A1 で 0.41:0.44:0.10:0.05, A2 で 0.43:0.37:0.14:0.06 であった。

### 3.2 解析結果に基づくヤング率の推定

図-11 にパラメータ解析結果一覧を示す。(c)は本解析 でパラメータとした PC 部, RC 部, バラスト部のヤング 率,(b)は各ケースの固有値解析から得られる縦桁鉛直 1 次モード,縦桁ねじり 1 次モード,張出スラブ鉛直 1 次 モードの固有振動数である。固有振動モード形状は図-8 に示した通りである。(a)は各ケースの時刻歴解析から 得られる 4 本の主桁のスパン中央の最大応答ひずみであ る。これらの図より,各部材のヤング率の増加と共に固 有振動数は増加し,最大応答ひずみが減少していること が確認できる。バラスト部のヤング率は 0.00265~



2.65kN/mm<sup>2</sup>のように小さい値の範囲のパラメータとし たが、固有振動数や最大応答ひずみの変化は大きく、影 響度が大きいことが確認できる。



上記の固有振動数,最大応答ひずみが **3.1** の測定結果 と一致するようにパラメータであるヤング率を決定した。 **図-12** にヤング率推定フローを示す。測定結果と解析結 果の一致度を評価するにあたり,式(1)~式(3)に示す 3 つ の指標,荷重分担率一致度  $I_1$ ,最大応答ひずみ一致度  $I_2$ , 固有振動数一致度  $I_3$ を用いた。図のフローに基づいた検 討の結果,上位抽出数 n が 10 程度で候補解析ケースが 1 ケースとなり, n を 10 程度以下にした場合, $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ 

クレスとなり、n を 10 程度以下にした物日,  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ 全てで上位 n 個を満たす解析ケースは存在しなかった。  $(c_n(c_n))$ 

$$I_{1} = \frac{\sqrt{\varepsilon_{f}} |\omega_{f}| \sqrt{\varepsilon_{m}}}{\sqrt{\varepsilon_{m}}/|\overline{\varepsilon_{m}}|} \sqrt{\varepsilon_{m}} \frac{|\omega_{f}|}{|\overline{\varepsilon_{m}}|}$$
(1)

$$I_2 = \left| \overline{\varepsilon_m} - \overline{\varepsilon_a} \right| \tag{2}$$

$$I_3 = \left| \overline{f_m} - \overline{f_a} \right| \tag{3}$$

ここに、 $\vec{s}:4$ 本の主桁のスパン中央の最大応答ひず みから形成されるベクトル、 $\vec{f}:縦桁鉛直1次モード,$ ねじり1次モード、張出スラブ鉛直1次モードの固有振 動数から形成されるベクトル(添字aは解析結果,mは 測定結果)

表-3に、ヤング率の推定結果を示す。RC部のヤング 率は 30kN/mm<sup>2</sup>程度であり、設計値である 24kN/mm<sup>2</sup>よ り 25%程度大きい結果であった。PC 部のヤング率は 38kN/mm<sup>2</sup>程度であり、設計値である 31kN/mm<sup>2</sup>より 20% 程度大きい結果であった。バラスト部のヤング率は 0.01kN/mm<sup>2</sup>程度の結果となった。土のヤング率は N 値 が5で0.01kN/mm<sup>2</sup>程度, N 値が 50 で0.1kN/mm<sup>2</sup>程度で あることから、本解析で推定したバラスト部のヤング率 は軟弱地盤の土と同程度と非常に小さいことが分かる。 これは、本解析ではバラスト間の空隙、接触やバラスト, スラブの間の滑りを考慮しておらず、それらの影響を含 んだ結果としてヤング率が推定されたためと考えられる。



従って,梁理論等でバラスト/スラブ間の滑りを考慮せ ず断面保持の仮定で剛性を考慮する場合,バラスト部は 0.01kN/mm<sup>2</sup>程度のヤング率を想定しておけば良いと考 えられる。

### 3.3 梁理論に基づく断面二次モーメントの推定

シェル,ソリッド要素等を用いた数値解析では非構造 部材の影響を考慮することが可能であるが,実設計では 梁要素を用いる場合が多く,高欄等の非構造部材の剛性 をどの程度見込めばよいのか明確になっていない。そこ で,推定したヤング率を用いて,梁理論を適用した場合 の非構造部材剛性の影響度を,桁を1本の梁でモデル化 する場合で評価する。

図-13に非構造部材が桁の鉛直1次モードに及ぼす影響, 表-4 に PC 桁断面を1本の梁と仮定し算出した固 有振動数 f, 断面二次モーメント I, 中立軸位置を示す。 ヤング率は 3.2 の数値解析により推定した値を用いた。 バラストのヤング率は感度が小さかったため0とし, 重 量のみを考慮した。断面内の各部材の断面2次モーメン トに乗じる係数をパラメータとした。表及び図から, 設 計断面である PC 部と中間スラブのみを考慮した設計断



表-3 ヤング率 Eの推定結果

表-4 断面二次モーメント / の推定結果

ケ	断面二次モーメント			A1 (9.09Hz)			A2			
1	に乗ずる係数			f	Ι	中立軸	f	Ι	中立軸	
ス	$\bigcirc$	2	3	4	(Hz)	(m <sup>4</sup> )	(mm)	(Hz)	(m <sup>4</sup> )	(mm)
測定値			9.09	-	1, 189	9.01	-	-7, 165		
1	1	0	0	0	7.41	0.199	195	7.34	0.199	203
2	1	1	0	0	8.02	0.237	137	7.95	0.238	144
3	1	1	0.5	0	8.37	0.260	103	8.29	0.261	112
4	1	1	1	0	8.65	0.279	73	8.57	0.280	83
5	1	1	1	0.1	8.79	0.289	69	8.69	0.290	79
6	1	1	1	0.2	8.92	0.298	65	8.82	0.299	75
7	1	1	1	0.3	9.05	0.308	61	8.94	0.309	71
8	1	1	1	0.4	9.18	0.318	57	9.06	0.319	67
9	1	1	1	0.5	9.30	0.327	53	9.18	0.328	63
10	1	1	1	0.6	9.43	0.336	49	9.30	0.338	60
11	1	1	1	0.7	9.55	0.346	45	9.41	0.347	56
12	1	1	1	0.8	9.67	0.355	41	9.52	0.356	52
13	1	1	1	0.9	9.78	0.364	37	9.63	0.366	48
14	1	1	1	1	9.90	0.373	33	9.74	0.375	44

面の場合は、固有振動数が実測より20%程度小さく、中 立軸位置は 200mm 程度と実測より下方に位置する。張 出スラブや排水コンクリートの断面を考慮したケース 2 ~4 の場合でも,固有振動数は 8.6Hz と実測には届かな い。張出スラブ、排水コンクリート、高覧の断面を同時 に考慮した14の場合,固有振動数は10Hz程度と実測を 上回り、高覧の断面二次モーメントの乗ずる係数を 0.3 ~0.4 にすることで実測と概ね一致した。この時,中立軸 位置は60~70mmであり、実測結果である0,180mmの 間となることが確認できる。以上から、対象 PC 桁の断 面二次モーメントは設計値より50~60%程度大きいと推 定され、これは張出スラブ、排水勾配コンクリートを全 て考慮、高覧を30~40%程度考慮した剛性に相当する。

# 4. まとめ

本論文では既設の PC 桁の振動・ひずみ測定に基づき, 実剛性EIのE及びIを定量的に評価することを目的に検 討を行い,以下の結論を得た。

- (1) 加速度・ひずみ測定の結果と有限要素解析の結果の 一致度を、荷重分担率一致度、最大応答ひずみ一致 度,固有振動数一致度の3つの指標に着目すること で、実PC 桁のヤング率を同定する手法を示した。
- (2) 上記手法で同定したヤング率と梁理論に基づき、固 有振動数の一致度から,実 PC 桁の断面二次モーメ ントを同定する手法を示した。
- (3) 対象 PC 桁の PC 部のヤング率は設計値より 25%程 度大きく, RC 部のヤング率は設計値より 20%程度 大きい結果を得た。また、対象 PC 桁の断面二次モ ーメントは設計値より 60%程度大きいと推定され, これは張出スラブ、排水勾配コンクリートを全て考 慮,高覧を30~40%程度考慮した剛性に相当する。

# 参考文献

- 1) プレストレスト・コンクリート建設業協会:外ケー ブル方式によるコンクリート橋の補強マニュアル (案) [改訂版], 2007
- 2) 鉄道総合技術研究所:鉄道構造物等設計標準·同解 説 - コンクリート構造物, 丸善, 2004.4
- 3) 金田淳,小林薫:高速列車走行時におけるコンクリ ート桁の動的挙動に関する研究、コンクリート工学 年次論文集, Vol.28, No.2, 2006.7
- 4) 松本光矢, 曽我部正道, 谷村幸裕, 渡辺勉: 開床式 高架橋の動的特性と高速鉄道への適用性に関する 検討,鉄道力学論文集,No.13, pp.70-76, 2009.7
- 5) 進藤良則,千葉寿,山洞晃一,山洞晃一:新幹線新 規開業区間における単純 PC 桁のたわみ測定結果に 関する考察, 第 20 回プレストレストコンクリート の発展に関するシンポジウム論文集, pp.203-208, 2011.10
- 6) 小出英夫,尾坂義夫:コンクリート構造の部材安全 係数の決定に関する研究, 土木学会論文集, No.422/I-14, pp.245-254, 1990
- 7) 曽我部正道,松本信之,藤野陽三,涌井一,金森真, 宮本雅章: 共振領域におけるコンクリート鉄道橋の 動的設計法に関する研究, 土木学会論文集, No.724/I-62, pp.83-102, 2003