

# 論文 RBSM を用いた RC 壁の乾燥収縮ひび割れ解析における完全付着モデルの適用性検討

石関 浩輔<sup>\*1</sup>・坂 敏秀<sup>\*2</sup>・関田 徹志<sup>\*3</sup>・丸山 一平<sup>\*4</sup>

**要旨:** 剛体バネモデル(RBSM)を用いて, RC 壁部材の乾燥収縮ひび割れ解析を行い, 完全付着モデルの適用性を平均母点間距離と付着損失区間の視点から検討した。コンクリートの乾燥収縮ひび割れを解析するため, 既往の RC を対象とした RBSM に乾燥収縮, クリーブ, 強度・ヤング係数の材齢依存性を導入した。鉄筋はコンクリートとの完全付着を仮定した。本手法により, 実験のひび割れ発生位置, 材齢, ひび割れ幅を限られた範囲で再現できることを確認した。また, 要素寸法依存性の検討を通じて, 完全付着モデルで実現象を再現するためには, 付着損失区間長さ相当の母点間距離で分割する必要があるとの結論を得た。

**キーワード:** 剛体バネモデル, 鉄筋コンクリート, 乾燥収縮ひび割れ, 完全付着, 材齢依存性

## 1. はじめに

乾燥収縮はコンクリートにとって避けられない現象の1つである。乾燥収縮が, 梁・柱などの部材や内蔵する鉄筋によって拘束されて生じる乾燥収縮ひび割れは, 構造物の美観を低下させる。またひび割れは透気性や透水性を増大させ, 漏水などの使用性の問題や, コンクリートの中酸化や鉄筋の腐食を促進させるなど, 耐久性にも影響を及ぼす。そのため鉄筋コンクリート(RC)構造物の乾燥収縮ひび割れを制御するニーズは大きい。RC 構造物の耐久性を確保するため, 設計ひび割れ幅および誘発目地の配置が規定されており<sup>1)</sup>, 乾燥収縮により生じるひび割れの発生位置と幅を経時的に把握することは乾燥収縮ひび割れを制御する上で重要である。

既往の RC 部材のひび割れ解析手法には, 連続体に基づくもの, たとえば有限要素法(FEM)と, 不連続体に基づくもの, たとえば剛体バネモデル(RBSM)<sup>2)</sup>がある。ひび割れの表現方法には, ひび割れ開口をひずみの増大で表現する分布ひび割れモデルや, ひび割れ開口位置に予め節点とバネを設けて表現する離散ひび割れモデルなどがある。著者らは, RBSM では分布ひび割れと離散ひび割れ表現の中間的な表現が可能であり, 乾燥収縮ひび割れの予測解析に適していると考えている。

しかし現状では, RBSM を用いて RC の乾燥収縮ひび割れを解析する上での課題も多い。これまでに行われた検討のうち, 野城ら<sup>3)</sup>, 小澤ら<sup>4)</sup>の報告は一軸拘束ひび割れ試験を対象としており, 実構造物で乾燥収縮ひび割れが問題となる壁や床版などの平面部材は対象としていない。また長崎<sup>5)</sup>らの報告はフレーム付き壁部材の隅角部に生じるひび割れを対象としているが, 壁が無筋である点, 実構造物で問題となるひび割れは壁中央部の貫

通ひび割れが多い点, ひび割れ発生に影響があると考えられるコンクリート物性を材齢によらず一定としている点から, RC 部材に生じる乾燥収縮ひび割れの予測手法としてはさらなる検討が必要であると考えられる。さらに, これらの報告では, 部材内の相対湿度変化から乾燥収縮ひずみを求めているが, 物質移動を考慮した解析は解析手順が煩雑である, 入力データが多い, 高度な数理モデルの理解が必要といった問題が指摘されている<sup>6)</sup>。

以上より, 本研究では RC 構造物に生じる乾燥収縮ひび割れの制御に資することを目的として, 完全付着モデルを用いた乾燥収縮ひび割れ幅・発生位置・材齢の予測解析手法を提案し, RC 壁部材の乾燥収縮実験結果のシミュレーションによりその適用性を確認する。比較的薄い壁に発生する断面貫通タイプのひび割れ位置・幅の把握を目的とするため<sup>6)</sup>, 2次元の RBSM を採用する。また, 予測解析手法としての単純性と有用性を考慮し, 乾燥収縮ひずみを実験結果により, あるいは実験結果から求めた式により導入する方法を採用する。さらに, 若材齢挙動を考慮するため, コンクリート物性が材齢に依存するモデルを採用する。

## 2. 解析手法

### 2.1 概要

図-1の RBSM の概念図に示すように, RBSM では要素を剛体と見なし, 要素の母点に力を加え変位が生じた際に, 剛体同士を連結するバネに蓄えられたエネルギーにより解析対象の挙動を評価する。今回は乾燥収縮・クリーブを考慮して RC 壁部材を解析するため, RC 構造を対象とした既往の 2次元 RBSM<sup>7)</sup>に対して新たに材齢依存のコンクリート物性およびクリーブの影響を導入した。

\*1 鹿島建設(株) 技術研究所 研究員 (正会員)

\*2 鹿島建設(株) 技術研究所 研究員 Ph.D. (正会員)

\*3 鹿島建設(株) 技術研究所 上席研究員 Ph.D. (正会員)

\*4 名古屋大学大学院 環境学研究科都市環境学専攻 准教授 博士(工学) (正会員)

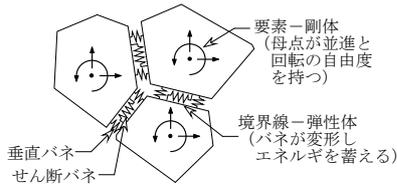


図-1 剛体バネモデルの概念図

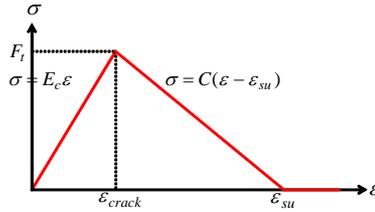


図-2 コンクリートの引張軟化曲線

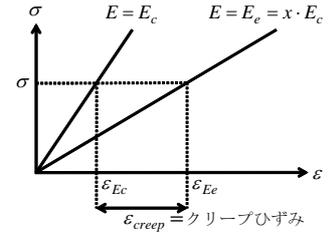


図-3 有効ヤング係数法によるクリープひずみの考慮

## 2.2 解析要素の構成則

RC を表現する解析要素は、分布鉄筋要素とコンクリート要素の積層とした。分布鉄筋要素は、常に弾性で、等価断面面積を持ち、鉄筋方向の軸剛性のみを持ち、せん断剛性を0とした直交異方性板とした。コンクリートとの付着は完全付着を仮定し、母点位置での鉄筋変位とコンクリート変位を同一とした。

コンクリートの引張挙動は、垂直バネに生じる応力がコンクリートの引張強度を上回ったときにひび割れが生じるとした。ひび割れ後の軟化挙動は図-2 に示すように限界ひずみ $\epsilon_{su}$ まで直線で軟化し、その後は応力0を保つものとした。ひび割れ後の除荷挙動は考慮しておらず、常に応力ひずみ関係の曲線に従う。コンクリートの引張軟化曲線を決定する係数 $C$ (引張軟化係数)はAnらの報告<sup>8)</sup>を参考にして式(1)~(3)に示すように各バネに対応する母点間距離から求めた。

$$U_Y = 0.5 \cdot (F_{t,28})^2 \cdot (l / E_{c,28}) \quad (1)$$

$$C_Y = (G_F / U_Y) - 1 \quad (2)$$

$$C = -(E_{c,28} / C_Y) \quad (3)$$

ここで、 $U_Y$ : ひび割れ発生までの弾性(ひずみ)エネルギー(N/mm),  $F_{t,28}$ : 28日引張強度(MPa),  $E_{c,28}$ : 28日ヤング係数(MPa),  $l$ : 母点間距離(mm),  $C_Y$ : ひび割れ発生後のエネルギー比率,  $G_F$ : 破壊エネルギー(N/mm),  $C$ : 引張軟化係数(MPa)である。本研究では $G_F = 0.15$ (N/mm)とした<sup>9)</sup>。本モデルでは、ひび割れ後の母点間のバネはコンクリートの引張軟化挙動と鉄筋の軸剛性のみで評価され、付着すべり挙動は、後述の通り、要素寸法と付着損失区間長さの関係でのみ考慮されている。

クリープは次式の有効ヤング係数により考慮した。

$$E_e(t) = x \cdot E_c(t) \quad (4)$$

ここで、 $t$ : 材齢(日),  $E_e(t)$ : 材齢 $t$ での有効ヤング係数(MPa),  $E_c(t)$ : 材齢 $t$ でのヤング係数(MPa),  $x$ : ヤング係数の低減係数である。有効ヤング係数の考え方では、図-3 に示すようにある材齢でのヤング係数に低減係数を乗じることで増大したひずみをクリープひずみ $\epsilon_{creep}$ ,  $\gamma_{creep}$ として扱う。なお、 $\epsilon_{creep}$ : 垂直バネ方向のクリープひずみ,  $\gamma_{creep}$ : せん断バネ方向のクリープひずみである。

材齢依存性を持つコンクリート物性は式(5)<sup>10)</sup>, (6)<sup>11)</sup>,

(7)<sup>12),13)</sup>を用いた。

$$F_c(t) = F_{c,28} \cdot \exp[\alpha \cdot \{1 - (28/t)^{1/2}\}] \quad (5)$$

$$E_c(t) = E_{c,28} \cdot (\gamma / 2.3)^{3/2} \cdot \{F_c(t) / 20\}^{1/2} \quad (6)$$

$$F_t(t) = 0.7 \cdot [0.291 \cdot \{F_c(t)\}^{0.637}] \quad (7)$$

ここで、 $F_c(t)$ : 材齢 $t$ での圧縮強度(MPa),  $\alpha$ : 実験定数,  $F_t(t)$ : 材齢 $t$ での引張強度(MPa),  $F_{c,28}$ : 28日圧縮強度(MPa),  $\gamma$ : コンクリートの単位体積質量( $\text{ton}/\text{m}^3$ )である。

乾燥収縮ひずみ $\epsilon_{sh}$ は土木学会式<sup>14)</sup>を参考に式(8)により垂直バネに導入した。

$$\epsilon_{sh}(t) = \epsilon_{sh}^\infty \cdot \{1 - \exp(-at^b)\} \quad (8)$$

ここで、 $t$ : 材齢(日),  $\epsilon_{sh}(t)$ : 材齢 $t$ での乾燥収縮ひずみ,  $\epsilon_{sh}^\infty$ : 限界乾燥収縮ひずみ(負),  $a, b$ : 実験定数である。

$\epsilon_{sh}$ および $\epsilon_{creep}$ ,  $\gamma_{creep}$ は、式(9)に示すようにRBSMにおける平面応力状態の応力-ひずみ関係に代入した。式(9)で、コンクリートの応力を求める際に式(4)の有効ヤング係数 $E_e$ を用いてクリープを考慮している。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \sigma_n \\ \tau_s \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} E_c & 0 \\ 0 & G_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_e \\ \gamma_e \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} E_c & 0 \\ 0 & G_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{total} - \epsilon_{creep} - \epsilon_{sh} \\ \gamma_{total} - \gamma_{creep} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} E_e & 0 \\ 0 & G_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{total} - \epsilon_{sh} \\ \gamma_{total} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、 $\sigma_n$ : 垂直バネの応力(MPa),  $\tau_s$ : せん断バネの応力(MPa),  $G_c$ : コンクリートのせん断ヤング係数(MPa),  $G_e$ : コンクリートの有効せん断ヤング係数(MPa),  $\epsilon_e$ : 垂直バネの弾性ひずみ,  $\gamma_e$ : せん断バネの弾性ひずみ,  $\epsilon_{total}$ : 垂直バネの実ひずみ,  $\gamma_{total}$ : せん断バネの実ひずみである。なお、実ひずみは母点の変位を元に計算される見かけのひずみのことである。

## 2.3 部材の分割方法とひび割れ幅の計算

部材の分割方法はボロノイ分割とした。これは、ひび割れ発生位置および方向を人為的に規定することなく解析を行うことが出来るためである<sup>15)</sup>。またボロノイ分割では、垂直バネがそのバネを構成する要素境界に必ず垂直となるため、実験により得られた乾燥収縮ひずみの値を直接垂直バネに導入できる。

ひび割れ幅は次のように求める。図-4 に示すように完全付着を仮定した本モデルでは、ひび割れ近傍でのひ

び割れ幅と付着損失区間は母点間の平均ひずみで評価される。ひび割れ後の母点間の平均ひずみ $\epsilon_1$ は、図-5のようにひび割れ周囲のひび割れていないコンクリートの弾性ひずみ $\epsilon_0$ とひび割れ幅に対応するひずみ $\epsilon_w$ の2つに分離できる。そこで式(10)のように、ひび割れ幅に対応するひずみ $\epsilon_w$ に、そのひずみを生じたバネを構成する要素の母点間距離 $l_{crack}$ (mm)を乗じ、生じたひび割れ幅 $w$ (mm)を算出する。

$$w = \epsilon_w \cdot l_{crack} = (\epsilon_1 - \epsilon_0) \cdot l_{crack} \quad (10)$$

### 3. 要素寸法依存性の検討

#### 3.1 検討の目的と解析対象

提案した手法を用いた RC 壁部材の解析例を示す。本解析例では要素寸法依存性について、付着損失区間長さ

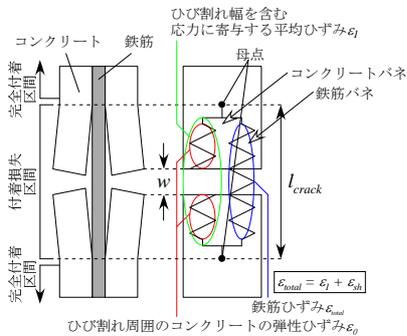


図-4 ひび割れ近傍における実現象と完全付着モデルの比較

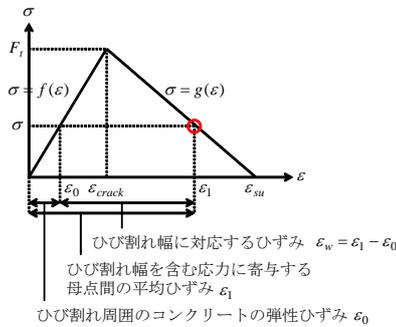


図-5 ひび割れ後のひずみ成分

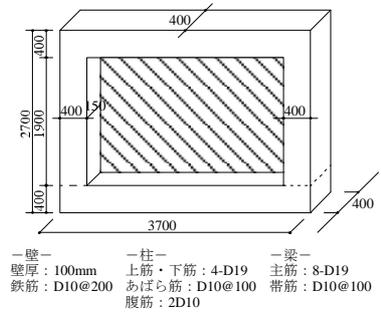


図-6 解析対象 RC 壁の概要

表-1 部材の鉄筋量および鉄筋比

部材	壁	上下梁	柱
鉄筋量	D10@200 (縦横)	8-D19 (横)	8-D19 (縦)
鉄筋比(%)	0.357	1.433	1.433

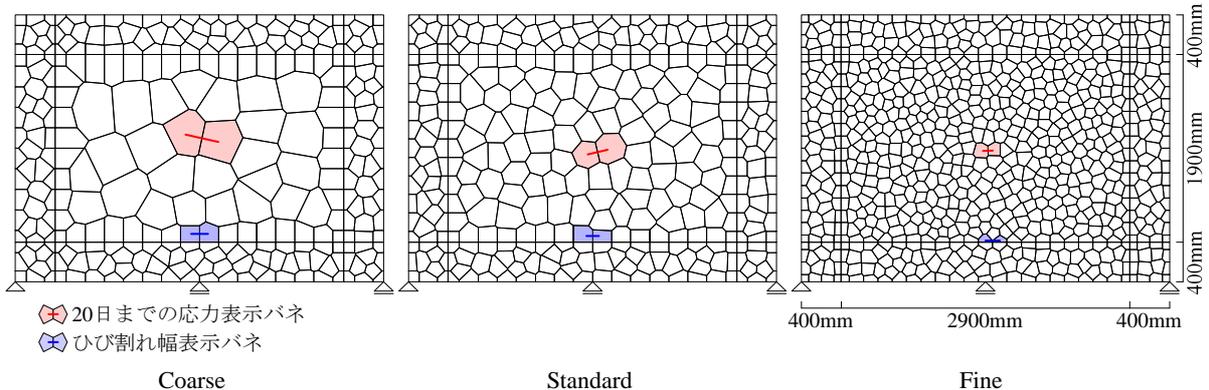


図-7 要素分割と変位境界条件

表-2 各分割の諸情報

ケース名称	要素数	壁部要素数	バネ数	壁部平均母点間距離(mm)	引張軟化係数 C(MPa)
Coarse	305	74	772	347	$-4.84 \times 10^3$
Standard	362	126	939	252	$-3.35 \times 10^3$
Fine	812	436	2233	128	$-1.61 \times 10^3$

の観点から検討することを目的とした。

対象とする実験は今本<sup>16)</sup>によるもので、部材は図-6に示すように 1900×2900×100mm の壁の周囲に 400mm 角の柱および梁が付いたものである。コンクリートは全箇所普通ポルトランドセメントコンクリートである。鉄筋は表-1に示すように、壁部で D10@200mm の縦横配筋、上下梁で 8-D19 の横配筋、柱で 8-D19 の縦配筋である。隅角部では重なり合う部材の特性を重ね合わせた。

#### 3.2 要素分割法

解析モデルの要素分割は、図-7のように3種類の、壁部の平均母点間距離の異なる分割とした。

要素寸法の決定方法を述べる。本研究ではコンクリートと鉄筋の変位が母点位置で同一となる完全付着モデルを使用しているため、母点間に設置したコンクリート要素のバネ(コンクリートバネ)の破壊は、この区間の付

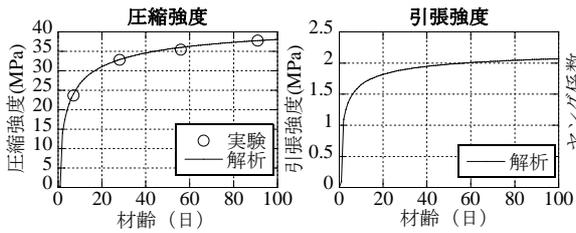


図-8 導入した材齢依存物性

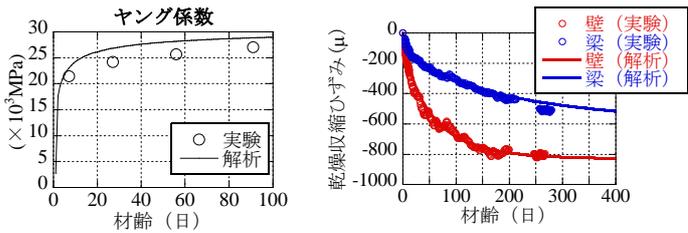


図-9 導入した乾燥収縮ひずみ

着損失に相当する(図-4)。すなわち母点間距離が付着損失区間となる。中川らの報告<sup>17)</sup>では、鉄筋を埋設した一軸拘束ひび割れ試験において、部材にひび割れが生じた場合の付着損失区間はおよそ200~400mmである。そこでStandardの平均母点間距離を平均的な付着損失区間長さである252mmとし、より粗いCoarseの平均母点間距離を付着損失区間長さの上限に近い347mm、より細かいFineの平均母点間距離を付着損失区間長さの下限より短い128mmとした。引張軟化係数は、各分割の壁部平均母点間距離を用いて式(1)~(3)から求めた。各分割の要素数、壁部要素数、バネ数、平均母点間距離、引張軟化係数を表-2に示す。

### 3.3 解析条件

境界条件は次のように仮定した。実験では下梁が他の部材よりも早く打設され、他の部材が打設された際には硬化が進んでいると考えられるため、図-7のように下梁を垂直方向に拘束した。また、解析モデルの剛体変形を抑制するため、下梁左端では水平方向にも拘束した。

各変数は次のように定めた。式(4)の変数は、 $x = 0.63$ とした。ひびわれ制御指針<sup>18)</sup>では温度応力解析で用いるクリープの影響を考慮したヤング係数の補正係数を、温度降下時に0.63~0.67としており、 $x$ の値はこれを参考に決定した。式(5)~(7)の変数は、 $F_{c,28} = 32.8(\text{MPa})$ 、 $E_{c,28} = 24.2 \times 10^3(\text{MPa})$ 、 $\alpha = 0.31$ 、 $\gamma = 2.3(\text{ton/m}^3)$ を用いた。式(8)の変数は壁で $\epsilon_{sh}^\infty = -834 \times 10^{-6}$ 、 $a = 0.043$ 、 $b = 0.80$ を、柱梁で $\epsilon_{sh}^\infty = -655 \times 10^{-6}$ 、 $a = 0.041$ 、 $b = 0.61$ を用いた。 $F_{c,28}$ 、 $E_{c,28}$ 、 $\gamma$ は実験値<sup>17)</sup>である。また $\alpha$ 、 $\epsilon_{sh}^\infty$ 、 $a$ 、 $b$ は実験値に対して最小二乗法で近似して得た値である。導入した材齢依存物性、乾燥収縮ひずみを図-8、図-9に示す。

本計算ではYamadaの $r_{min}$ 法<sup>19)</sup>により増分解析を行い、不釣合力が十分小さいと見なせる既定値を下回ると収束するものとした。剛性は接線剛性を評価した。解析の時間刻みは1ステージで材齢1日とし、400ステージまで解析を行った。

### 3.4 解析結果と考察

図-10に、ひび割れ発生前である材齢20日までの、壁中央部の引張応力を示す。応力を表示したバネの位置を図-7に示す。要素分割の種類によらず、発生する応力はおおむね等しいことが確認できる。従って、乾燥収

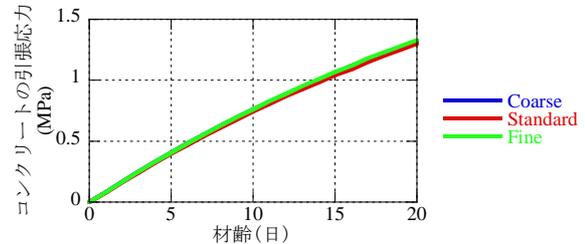


図-10 材齢20日までのコンクリートの引張応力

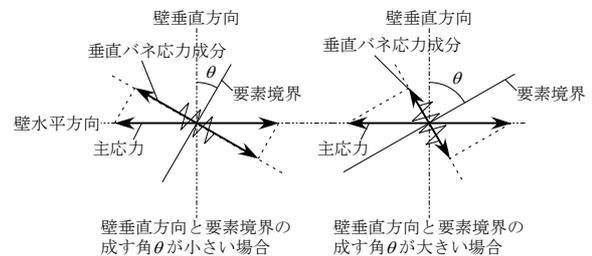


図-11 主応力方向と垂直バネ応力成分の関係

縮ひび割れの駆動力である乾燥収縮ひずみにより引き起こされるコンクリートの引張応力の評価(収縮応力評価)には、要素寸法依存性が顕著ではない。

図-12に、壁中央部のひび割れ発生材齢を示す。いずれの分割も下梁と接している部分では材齢26~30日で、上梁と接している部分では材齢30~32日で、壁中央部では材齢30~40日でひび割れが発生している。従って、ひび割れ発生材齢について要素寸法依存性はそれほど大きくないと考えられる。また、要素境界の方向により発生材齢にばらつきが確認される。これは図-11に示すように、ひび割れが生じる要素境界と壁垂直方向とのなす角が大きくなると、水平方向に主応力が卓越する条件下でRBSMの垂直バネに生じる応力が小さくなるため、水平方向に主応力が卓越する壁中央部では要素境界と壁垂直方向とのなす角が大きいほどひび割れが生じにくくなり、ひび割れ発生が遅れたと考えられる。

図-13に材齢60日の実験および解析のひび割れを示す。実験で観察された「壁四隅の微細なひび割れと中央部付近のほぼ垂直に貫通した比較的大きなひび割れ」が解析でも再現されており、特にStandardでは実験の観察事実に近いパターンが得られた。要素寸法の大きなCoarseでは中央部のひび割れ幅は大きく、四隅のひび割れの数は少ない。一方、要素寸法の小さなFineでは中央部のひび割れ幅は小さく、全体的にひび割れの数が多い。

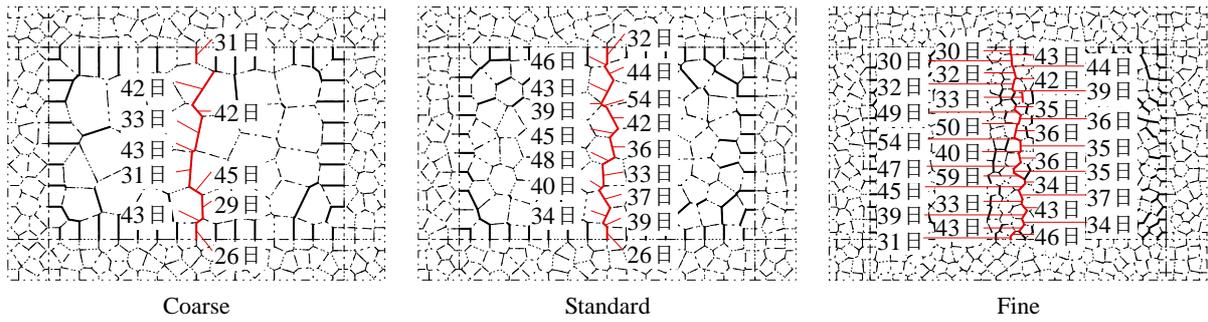


図-12 壁中央部のひび割れ発生材齢

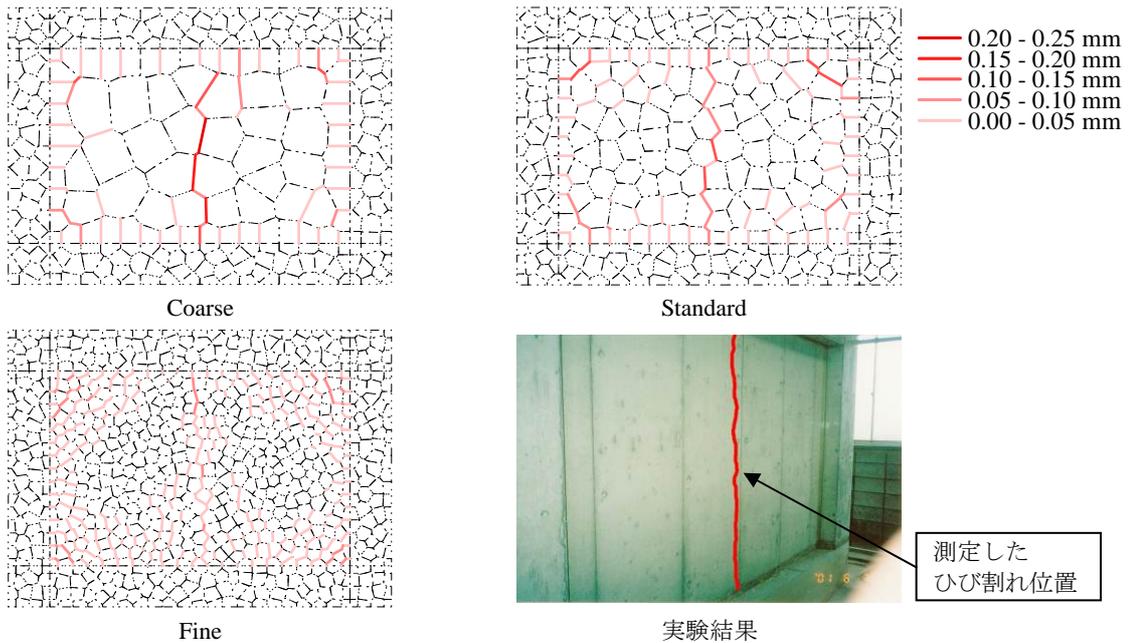


図-13 壁のひび割れパターン(材齢60日時点)

図-14に、材齢60日および400日での、実験と解析における壁中央部のひび割れの高さ方向分布を示す。材齢60日ではCoarseの結果が実験値に近いが、実験で観察された下梁に近い部分のひび割れ幅が大きくなる傾向と一致しているのはStandardである。一方、材齢400日では、実験における下梁に近い部分のひび割れ幅が減少し、壁位置0~1000mmではStandardやFineに近い。

図-15に壁中央下部におけるひび割れ幅の経時変化を示す。ひび割れ幅を表示したバネの位置を図-7に示す。いずれの分割でもひび割れ発生材齢がほぼ一致しているが、その後のひび割れ幅の進展は、Coarse>Standard>Fineの順にひび割れ幅の増大の程度が大きい。

図-13~図-15の結果を、コンクリートと鉄筋の付着の観点から考察する。解析を行った3ケースの内、平均母点間距離を平均的な付着損失区間長さとしたStandardでは、コンクリートバネの破壊による応力解放がおおむね正しいと考えられる。平均母点間距離が付着損失区間長さの上限に近いCoarseでは、コンクリートバネの破壊による応力解放がやや大きいため、生じるひび割れの数は少なく、材齢400日におけるひび割れ幅は実験より大

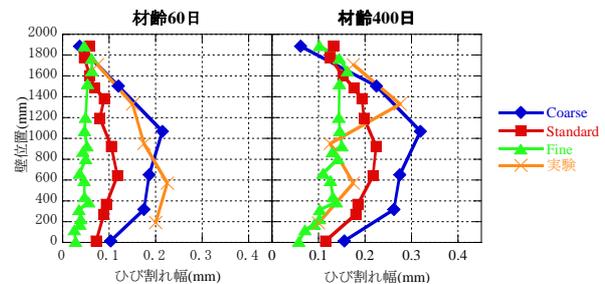


図-14 壁中央部のひび割れの高さ方向分布

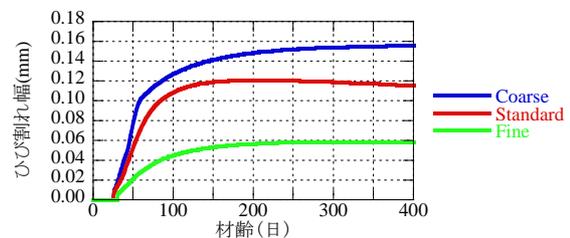


図-15 壁中央下部におけるひび割れ幅の進展

きくなった可能性がある。平均母点間距離が付着損失区間長さの下限より短いFineでは、コンクリートバネの破壊による応力解放が十分に行われなため、ひび割れが生じてもひび割れ周辺では高い応力状態が保たれ、図-13のように中央付近で新たなひび割れが次々に生じた

と考えられる。

以上から、完全付着モデルを用いて実現を精度良く再現するためには、母点間距離を付着損失区間長さに相当する要素寸法で分割する必要があると考えられる。

#### 4. 結論

本研究の結論を以下にまとめる。

1. RC 構造を対象とした既往の RBSM<sup>8)</sup>に乾燥収縮・クリープと、コンクリート物性の材齢依存性を導入し、乾燥収縮が拘束されて生じる乾燥収縮ひび割れを対象とした解析手法を提案した。本解析手法では、ひび割れ位置と幅が経時的に直接得られる。
2. フレーム付き壁部材の乾燥収縮ひび割れに関する既存実験<sup>17)</sup>のシミュレーションに本解析手法を適用した。解析結果は、実験のひび割れ発生位置、発生材齢、ひび割れ幅をおおむね再現しており、対象とした実験の限られた範囲ではあるが本解析手法の乾燥収縮ひび割れ予測手法としての可能性が示された。
3. 要素寸法依存性の検討により、ひび割れ前の発生応力とひび割れ発生材齢については依存性が確認されず、収縮応力評価は要素寸法により顕著な差が生じないと考えられる。
4. ひび割れ分布および幅の進展については要素寸法依存性が確認された。ひび割れ分布やひび割れ幅進展が要素寸法依存性を持つ原因の一つとして完全付着モデルで考慮できる付着損失区間長さが実現と異なることが考えられ、完全付着モデルを用いて実現を再現するためには、母点間距離を付着損失区間長さに相当する要素寸法で分割する必要があると考えられる。

#### 謝辞

本検討にあたり、東京理科大学の今本准教授に実験データを提供していただいた。ここに記し謝意を表す。

また、本研究の一部は、科学研究費補助金基盤研究(B)「高炉セメントを用いた鉄筋コンクリート躯体の収縮ひび割れ制御設計手法の確立」(課題番号: 23360252)の一環として実施した。ここに記し謝意を表す。

#### 参考文献

- 1) 日本建築学会：鉄筋コンクリート造建築物の収縮ひび割れ制御設計・施工指針(案)・同解説，2006。
- 2) Kawai, T. : New Element Models in Discrete Structural Analysis, 日本造船学会論文集, No.141, pp.174-180, 1977.6.
- 3) 野城良祐, 石川靖晃, 中村光, 田邊忠顕：物質移動を考慮した RBSM によるひび割れ進展解析手法の開発, コンクリート工学年次論文集, Vol.25, No.1,

pp.467-472, 2003.

- 4) 小澤泰士, 斉藤成彦, 檜貝勇：3 次元剛体パネモデルによるコンクリートの収縮ひび割れ解析, コンクリート工学年次論文集, Vol.26, No.1, pp.477-482, 2004.
- 5) 長崎了, 上田尚史, 中村光, 国枝稔：水分移動を考慮した RBSM によるコンクリートのひび割れ進展解析, 土木学会第 61 回年次学術講演会講演梗概集, pp.459-460, 2006.9.
- 6) 日本コンクリート工学会：耐久性力学に基づく収縮影響評価研究委員会報告書, p.70, 2012
- 7) 竹内則雄ほか：鉄筋コンクリート構造の離散化極限解析法, 丸善, 2005.
- 8) An, X., Maekawa, K., Okamura, H. : Numerical Simulation of Size Effect in Shear Strength of RC Beams, J. Materials Conc. Struct., Pavements, JSCE, No.564, V-35, pp.297-316, 1997.5.
- 9) 日本コンクリート工学協会：コンクリートの破壊特性の試験方法に関する調査研究委員会報告書, p.12, 2001.5.
- 10) Comite Euro - International du Beton : CEB - FIP MODEL CODE 1990, Thomas Telford, 1991.
- 11) 日本建築学会：鉄筋コンクリート構造計算基準・同解説(1991), 1992.
- 12) 野口貴文, 友澤史紀：高強度コンクリートの圧縮強度と各種力学特性との関係, 日本建築学会構造系論文集, No.472, pp.11-16, 1995.6.
- 13) 牧角龍憲, 太田俊昭：外的に線拘束されたコンクリートの乾燥収縮ひび割れに関する基礎的研究, 土木学会論文集, No.378, V-6, pp.137-146, 1987.
- 14) 土木学会：コンクリート標準示方書 設計編, p.46, 2008.
- 15) 竹内則雄ほか：ボロノイ分割を用いた RBSM による無筋コンクリート梁の寸法効果解析, 構造工学論文集, Vol.40A, pp.519-527, 1994.3.
- 16) 今本啓一：各種コンクリート壁体の収縮挙動, 日本建築学会構造系論文集, No.568, pp.15-20, 2003.6.
- 17) 中川隆夫, 徐泰錫, 大野義照, 李維：収縮ひび割れに及ぼす鉄筋比の影響, コンクリート工学年次論文集, Vol.28, No.1, pp.575-580, 2006.
- 18) 日本コンクリート工学協会：マスコンクリートのひび割れ制御指針, pp.67-70, 1986.
- 19) Yamada, Y., Yoshimura, N. and Sakurai, T. : Plastic stress-strain matrix and its application for the solution of elasto-plastic problems by the finite element method, Int. J. of Mech. Sci., 10, pp.343-354, 1968.