

論文 凍結融解作用により劣化した RC はり部材の非線形有限要素解析による構造性能評価

林田 宏*1・佐藤 靖彦*2・小林 竜太*3・吉田 安寿*4

要旨: 凍結融解作用により劣化した RC はり部材の、分散鉄筋・分散ひび割れモデルを用いた非線形有限要素解析による構造性能評価を行い、実験結果との比較を行った。その結果、劣化の程度により解析による再現性の程度が異なることを明らかにした。具体的には、圧縮領域に著しい凍害劣化を受け、せん断剛性が低下している RC はりや、引張領域に凍害劣化を受け、鉄筋とコンクリートとの付着特性が低下している RC はりでは、実験結果と解析結果に差異が生じるが、せん断剛性や付着特性の低下が軽微な RC はりでは、降伏に至るまでの剛性や破壊形式、最大荷重の評価が可能であることが明らかとなった。

キーワード: 凍結融解作用, RC はり部材, 構造性能, 非線形有限要素解析, せん断剛性, 付着特性

1. はじめに

著者らは、凍結融解作用を受けた鉄筋コンクリート部材の構造性能の予測手法の開発を最終的な目的として、現在精力的に検討を進めている。参考文献 1)では、凍害劣化域の大きさや位置をパラメータとした RC はり部材の静的載荷試験を実施し、凍害の劣化域が部材の圧縮側あるいは引張側のどちら側に存在するか、また、その大きさによっては最大荷重や変形性能、破壊形式に大きな影響を及ぼすことを実験的に明らかにしている。

本論文では、材料劣化が生じたコンクリート構造物の構造性能評価方法として、既往の研究^{2), 3)}で多く用いられている非線形有限要素解析に着目し、凍結融解作用を受けた鉄筋コンクリート部材の構造性能評価の適用性や適用限界などを明らかにすることを目的として、上記の実験供試体を対象に汎用の非線形有限要素解析による構造性能の評価を試みた結果について報告する。

2. 解析対象とした実験供試体の概要

本研究では、参考文献 1)で検討を行った実験供試体を解析対象とした。図-1 に供試体の形状寸法および配筋状況を示す。供試体は、断面寸法(はり幅×はり高)が 200×200mm、スパン長が 1200mm であり、主鉄筋に D13 を 2 本配置した曲げ破壊型の RC はり部材である。凍害劣化を与える領域を、圧縮側と引張側の 2 つに区分化し、はり高 200mm に対して圧縮縁または引張縁から 50, 100, 150mm の 3 水準の劣化深さを設定した。表-1 に供試体の実験変数と実験結果を示す。供試体名称の C は圧縮側、T は引張側の劣化を意味する。なお、凍結融解を与えない基準供試体を供試体 N と呼ぶ。また、本実験の支

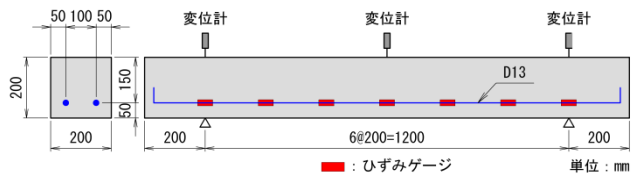


図-1 供試体の形状寸法および配筋状況

表-1 供試体名称、実験・解析結果等一覧

供試体概要			実験		解析		荷重比	
名称	劣化面	劣化深 (mm)	(a) P_y (kN)	(b) P_u (kN)	(c) P_y (kN)	(d) P_u (kN)	c/a	d/b
N	-	-	43.7	68.9	43.6	48.8	100%	71%
C5	圧縮側	50	44.4	68.1	41.9	44.3	94%	65%
C10	圧縮側	100	43.0	46.4	40.3	41.6	94%	90%
C15	圧縮側	150	-	32.6	36.6	38.3	-	117%
T10	引張側	100	49.7	68.9	43.2	48.0	87%	70%
T15	引張側	150	41.3	43.0	42.0	44.2	102%	103%

※ P_y は降伏荷重, P_u は最大荷重

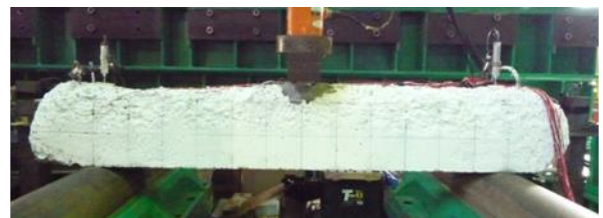


写真-1 載荷試験状況

点条件は、写真-1 に示すように両端がピンであり、載荷はスパン中央部への 1 点集中荷重により行っている。

*1 (独) 土木研究所寒地土木研究所 寒地保全研究グループ 耐寒材料チーム 主任研究員 (正会員)

*2 北海道大学大学院工学院 北方圏環境政策工学部門 准教授 博(工) (正会員)

*3 (株) ドーコン 交通事業本部 構造部 主任技師 修(工) (正会員)

*4 (株) ドーコン 交通事業本部 構造部 技師 修(工)

3. 有限要素解析の概要

3.1 解析モデル

本解析では、汎用2次元非線形有限要素解析プログラム WCOMD を適用した。図-2には有限要素モデル(要素分割図)を示している。凍結融解作用により供試体内の強度は一樣には変化しない。それゆえ、圧縮強度のばらつきを考慮するために、はりの全スパンをモデル化した。適用した有限要素タイプは9つのガウス積分点を有する8節点アイソパラメトリック平面応力要素であり、荷重荷重はスパン中央部を鉛直方向に強制変位(1ステップあたり0.1mm刻み)させる漸増荷重とした。境界条件は、荷重点および支点部に対しては応力集中による局所的な要素の破壊を回避するために、実験時と同様に荷重板および支持板をモデル化して要素中心部節点の鉛直方向変位成分を拘束した。

3.2 ひび割れと鉄筋のモデル化

コンクリートおよび鉄筋は、分散ひび割れおよび分散鉄筋モデルに基づく鉄筋コンクリート(RC)要素によってモデル化した。したがって、鉄筋は各RC要素の要素断面積に対する鉄筋比として与えることになる。本解析対象ではせん断補強筋が配置されていないため、各要素の鉛直方向に対する鉄筋比はいずれも零である。モデル上、鉄筋の有無の違いは、鉄筋との付着によってひび割れの分散が期待できる領域(RCゾーン:図-2の水色の領域)と、ひび割れの分散が期待できない領域(無筋ゾーン:図-2の灰色の領域)として区分される。本解析では、主鉄筋に対するRCゾーンは、はり高方向に引張縁からかぶりの2倍に相当する100mmと設定し、奥行き方向ははりの全幅である200mmとした。ここで、ひび割れモデルには、分散ひび割れモデルに属する4方向のひび割れを考慮可能な多方向非直交固定ひび割れモデル⁴⁾を採用している。

3.3 材料構成モデル

鉄筋コンクリートの材料構成則には、岡村・前川らによって開発された荷重経路依存性を考慮した非線形構成則が導入されており、コンクリートと鉄筋間の付着作用に伴う Tension Stiffening 効果やひび割れ面におけるせん断伝達モデル、ひび割れ直交方向における圧縮剛性低下の影響が考慮されている⁵⁾。本解析プログラムでは Tension Stiffening 効果を考慮するために付着パラメータ C を与える必要があるが、本解析では全ての RC 要素において鉄筋が配置されている方向に対してはデフォルト値である C=0.4 と設定した。なお、RC 要素の鉄筋が配置されていない方向および圧縮領域の無筋コンクリート要素に対しては、プログラム内部で自動計算される破壊エネルギー G_F (式(1))を算定し、この破壊エネルギーと要素寸法に対応した付着パラメータを設定した。

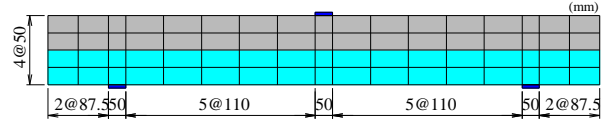


図-2 有限要素モデル(要素分割図)

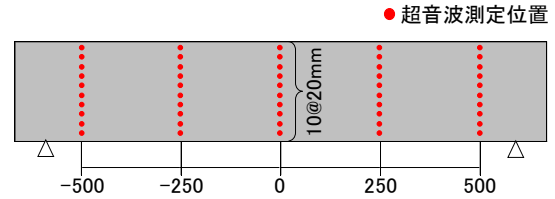


図-3 超音波伝播速度の測定位置

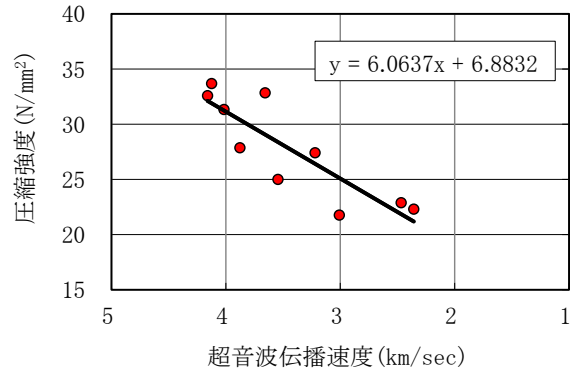


図-4 超音波伝播速度と圧縮強度の関係

層	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
第I層	31.4	31.4	31.4	31.4	31.1	31.1	27.4	27.4	30.8	30.8	31.5	31.5	31.6	31.6	31.6	31.6	31.6	31.6	31.6	31.6
第II層	31.3	31.3	31.3	26.7	26.7	23.9	23.9	20.8	20.8	24.4	24.4	28.7	28.7	31.5	31.5	31.5	31.5	31.5	31.5	31.5
第III層	31.0	31.0	31.0	19.1	19.1	15.2	15.2	15.4	15.4	17.2	17.2	21.4	21.4	30.9	30.9	30.9	30.9	30.9	30.9	30.9
第IV層	29.3	29.3	29.3	20.8	20.8	17.9	17.9	17.3	17.3	17.3	19.7	19.7	19.8	19.8	23.9	23.9	23.9	23.9	23.9	23.9

図-5 圧縮強度分布の一例(供試体 T10 の場合)

$$G_F = 10(d_{\max})^{1/3} \cdot f_c^{1/3} \quad (1)$$

ここに、 d_{\max} :粗骨材の最大寸法(今回は20mm)、 f_c :圧縮強度である。

せん断伝達係数は、普通コンクリートに適用されるデフォルト値の1.0を与えている。荷重板および支持板に関しては、実験時に塑性化を伴うような変形が確認されていないことから、いずれも弾性体要素を用いてモデル化を行った。

3.4 コンクリートおよび鉄筋の材料物性値

解析に用いるコンクリートの圧縮強度などの材料物性値については、各供試体において凍害劣化域の大きさと位置が異なり、また、供試体の各位置でも材料物性値のばらつきが生じているため、数値解析上もこれらを適切に考慮する必要がある。そこで、本解析では、コンクリートの圧縮強度を低下させることで材料物性値の空間的なばらつきを考慮する方法⁶⁾を採用することとした。本研究における具体的な方法は、図-3に示す位置におい

て劣化させた供試体の超音波伝播速度の測定を行い、RCはりと同じコンクリートで別途作製した円柱供試体を用いて予め求めておいた超音波伝播速度と圧縮強度の関係(図-4)から供試体各位置の圧縮強度を推定し、各位置の圧縮強度から要素毎に圧縮強度を設定するというものである。図-5に設定した圧縮強度分布の一例を示す。なお、本研究では、コンクリートの引張強度と圧縮ピークひずみは、普通コンクリートに対する関係式(式(2), (3))を用いて、圧縮強度からプログラム中で自動的に設定される方法によった。すなわち、凍害劣化を受けた場合のコンクリートの圧縮強度と引張強度と圧縮ピークひずみの関係が、劣化を受けない場合と同じであるかどうかの議論は別報に譲ることとし、ここでは、汎用の解析プログラムの適用性に関する検討を主目的とし、劣化を受けていない場合の力学特性間の関係式を用いることとした。

$$f_t = 0.23 \cdot f'_c{}^{2/3} \quad (2)$$

$$\varepsilon_{peak} = 140 \cdot f'_c{}^{1/2} \times 10^{-6} \quad (3)$$

ここに、 f_t : 引張強度、 ε_{peak} : 圧縮ピークひずみ、 f'_c : 圧縮強度である。

劣化させていない供試体 N の圧縮強度は打設後 4 週目のコンクリートの圧縮強度 $f'_c = 30.4 \text{ N/mm}^2$ とした。また、コンクリートの引張強度に関しては乾燥収縮等による初期応力の影響によって土木学会式で算定される引張強度よりも小さい可能性があるため⁴⁾、土木学会コンクリート標準示方書⁷⁾に基づいて圧縮強度により推定した引張強度を 30% 低減した値を用いた。

鉄筋の降伏強度 f_y は、ミルシートを参考にして 361 N/mm^2 を用いた。また、鉄筋の弾性係数 E_s には一般的な値である $2.0 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$ を用いた。

3.5 解析ケース

供試体 N を除くすべての供試体に対し、二つの解析ケースを用意した(表-2)。一つは、図-5に示したごとく、超音波伝播速度に基づき、要素ごとに圧縮強度を設定したケース(CASE 1)であり、もう一つは、図-5に示す I から IV の各層で、部材軸方向の圧縮強度を平均した値を設定したケース(CASE 2)である。例えば、供試体 T10 の場合、上面から 1 層目の圧縮強度は 30.2 N/mm^2 、2 層目は 24.5 N/mm^2 、3 層目は 17.5 N/mm^2 、4 層目は 18.9 N/mm^2 となる。これは、図-5に示すように要素毎に強度のばらつきを与えた場合、強度の小さい要素が周囲の要素に比べて早期に圧縮軟化し、ひずみの増加が局所化することで、早期に荷重低下が起こり、部材の最大荷重などが過小評価される可能性があるからである。しかし、実際の破壊現象は局所的に起こるのではなく、ある程度の広がりを持った領域で起こる。そこで、本検討で

表-2 解析ケース

CASE 1	超音波伝播速度測定結果に基づき要素毎に強度のばらつきを持たせたケース
CASE 2	各層で部材軸方向の強度を平均化したケース

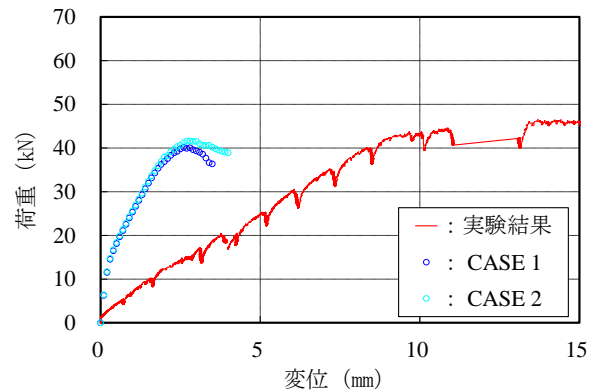


図-6 供試体 C10 に関する荷重-変位関係の比較

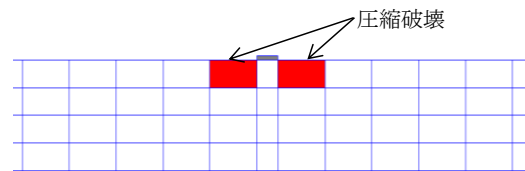


図-7 終局時の損傷状況

は、要素の強度のばらつきが解析結果に与える影響について検討するため、上述の二つのケースを用意した。

4. 解析結果および考察

4.1 圧縮強度の与え方の影響について

圧縮強度の与え方の影響を調べるために、各供試体で二つの解析ケースを設定し、その結果を比較したが、概ね同じ傾向にあった。そこで、ここでは供試体 C10 に限定して考察する。

図-6には供試体 C10 の荷重-変位関係を各ケースと比較して示している。コンクリートの圧縮強度を平均化した CASE 2 と超音波伝播速度測定結果から要素毎の圧縮強度にばらつきを付与した CASE 1 との荷重-変位関係を比較すると、CASE 2 の方が、最大荷重やその時点の変位が大きくなっており、実験値に近づく傾向となっている。これは、載荷点近傍の要素が軟化域に達すると荷重が低下するが、圧縮強度を平均化したことによって軟化域に達する要素の圧縮強度が幾分大きくなったためと考えられる。しかし、その差は大きくはない。それゆえ、以降の考察では、圧縮強度を平均化した CASE 2 を用いて実験結果との比較を行う。

4.2 凍害を受けた RC はり部材の実験と解析との比較

本節では実験結果と解析結果で一致する部分と一致しない部分などの事実関係を整理することを目的として、

破壊形式、変形性能、耐荷性能、鉄筋ひずみのひずみ分布の4つの項目について、両者の比較を行った。

(1) 破壊形式

破壊形式に関しては、図-7に示すように、解析結果では全ての供試体において載荷点近傍の要素が圧縮破壊することにより荷重が低下して終局に至った。実験での破壊形式と比較すると、供試体 N, C5, T10 では実験の破壊形式と概ね一致したが、供試体 C10, C15 の実験の破壊形式は、写真-2に示すように、劣化域の腹部コンクリートが圧壊した「斜め圧縮破壊」、供試体 T15 は載荷点と支点を結ぶようなせん断ひび割れが大きく開口して、破壊に至った「斜め引張破壊」であり、解析結果における破壊形式とは異なる結果であった。

(2) 変形性能

図-8に示すように、部材降伏点に至るまでの剛性は供試体 N, T10 では解析結果が実験結果と概ね一致している。供試体 C5 の実験結果は載荷開始直後に凍害劣化特有の下に凸な曲線⁸⁾を呈し、解析結果はひび割れ発生前までは傾きが大きいため、両者に乖離があるように見える。しかし、ひび割れ発生後の解析結果の勾配は載荷開始直後を除いた実験結果の勾配よりも僅かに大きい程度である。一方、供試体 C10, C15, T15 に関しては、解析結果の傾きが実験結果よりも明らかに大きくなっている。また、圧縮側を劣化させたシリーズである供試体 C5, C10, C15 の剛性差に着目すると、凍害深さが大きくなるほど両者の剛性差が大きくなる事が分かる。

次に、部材降伏点以降の挙動に着目すると、実験結果では「降伏棚あり」の供試体 N, C5, T10 と「降伏棚な

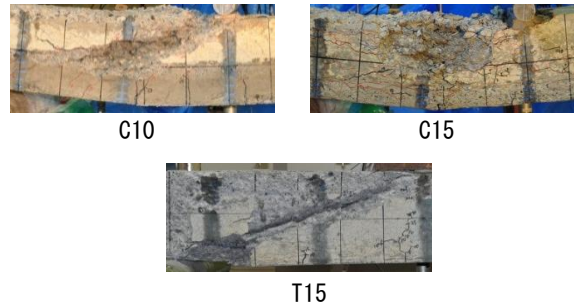


写真-2 供試体 C10, C15, T15 の終局時の状況

し」の供試体 C10, C15, T15 に大別することができる。一方、解析結果では、降伏棚の有無という観点では供試体 N, T10 に関しては実験結果と解析結果は一致しているが、その他の供試体に関しては一致しておらず、この傾向は前述した部材降伏点までの剛性と同様である。

また、供試体 N, T10 の降伏棚の長さ自体も実験結果よりも解析結果の方が大幅に短くなっていることが分かる。

さらに、最大荷重時の変位に着目すると、前述の剛性や降伏棚の長さなどの違いに起因して、全ての供試体において解析結果が実験結果より大幅に小さくなっている。

(3) 耐荷性能

図-8に示すように、供試体 N の荷重-変位関係について実験と解析を比較すると、実験結果の部材降伏点以降の荷重が解析結果と比較して大きくなっている。これは、先に述べたように実験では両支間にピン支承を用いており(写真-1参照)、鉛直変位が大きい領域において、横方向に拘束力が発生し、見かけ上、剛性が増加したものと考えられる。以降の実験と解析との比較にあたっては、

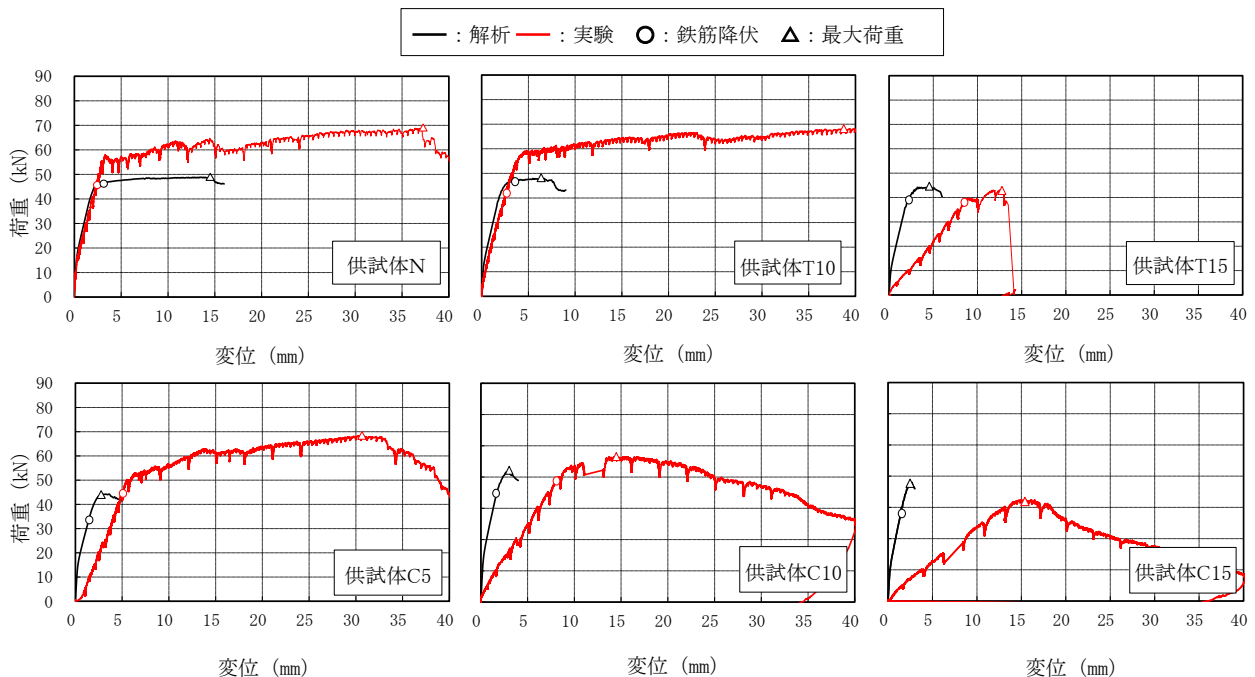


図-8 各供試体の荷重-変位関係に関する実験結果と解析結果の比較

実験と解析との荷重比で比較を行うこととする。

まずは、降伏荷重に着目して比較を行う。なお、実験結果の降伏荷重はスパン中央の鉄筋のひずみゲージが1800 μ に達した時点の荷重とし、解析結果の降伏荷重は、**図-9**の黒枠で示すように、スパン中央の引張縁から2つ目の要素の最下段のガウス積分点まで降伏に至った時点の荷重とした。**表-1**に示すとおり、劣化供試体の荷重比は87~102%であり、概ね供試体 N と同程度の値となっている。

次に、最大荷重に着目すると、実験で「降伏棚あり」となった供試体 C5, T10 の荷重比に関しては供試体 N と同程度の値となっているが、実験で「降伏棚なし」となった供試体 C10, C15, T15 の荷重比に関しては供試体 N よりも大きく評価されている。

(4) 鉄筋のひずみ分布

図-10には荷重 30kN 時点の鉄筋ひずみ分布を実験結果と解析結果で比較して示している。ここで、解析結果の鉄筋ひずみは最も引張縁側にある要素の最上段中央部のガウス積分点のひずみとし、それを部材軸方向にプロットし、直線で結んでいる。例えば、支間中央における鉄筋ひずみは**図-9**の緑丸で示すガウス積分点のひずみである。

a) 圧縮側劣化シリーズ (C シリーズ)

図-10の上段に示す圧縮側劣化シリーズの実験結果に着目すると、供試体 C5, C10 の鉄筋ひずみは供試体 N とほぼ類似した分布であり、付着特性は低下していないと考えられる。一方、供試体 C15 は供試体 N と比較してスパン中央部から離れた支点近傍位置にまで大きなひずみが生じており、これは鉄筋とコンクリート間の付着特性が大きく低下していることに起因している。

解析結果に着目すると、供試体 C5 の鉄筋ひずみは供試体 N とほぼ類似した分布を示している。一方、供試体 C10, C15 は、供試体 N と比較して鉄筋ひずみが増加しており、凍害深さが深くなるに伴って、その差も大きくなっていることが分かる。

次に、実験値と解析値を比較する。実験ではスパンの左右でばらつきがあるため、ここでは左側のスパンに着目する。供試体 N, C10 はスパン中央部付近では実験値と解析値に差異が見られるものの、その他の位置では概ね一致している。また、供試体 C5 に関しても、-200mm 位置で若干差異が見られるが、全体的な分布は概ね一致していると言える。しかし、供試体 C15 に関しては全体的に実験のひずみが解析よりも大きくなっており、実験では、より付着特性が低下しているものと推察される。

b) 引張側劣化シリーズ (T シリーズ)

図-10の下段に示す引張側劣化シリーズの実験結果に着目すると、供試体 T10 の鉄筋ひずみは供試体 N と比較

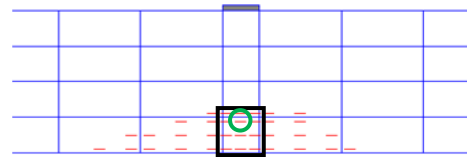


図-9 降伏荷重時の鉄筋降伏状況の一例 (供試体 C10)

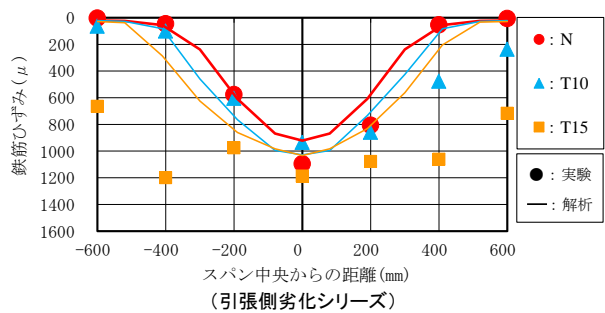
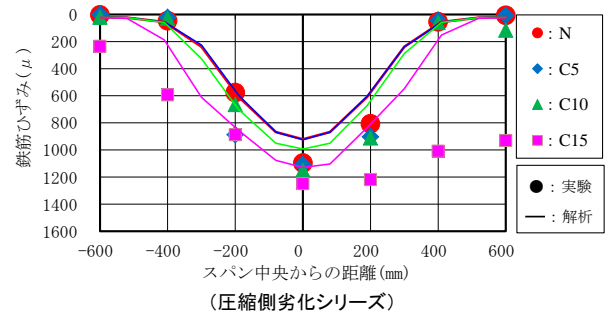


図-10 荷重 30 kN 時点の鉄筋ひずみ分布の比較



写真-3 最大荷重時の損傷状況 (供試体 C10)

して、右側スパンの 400, 600mm 位置ではひずみ値が増加しているものの、その程度はあまり大きくはない。また、左側スパンでは供試体 N と類似した分布となっており、荷重 30kN 時点での付着特性の低下はさほど大きくないものと考えられる。一方、供試体 T15 では、供試体 N と比較して、スパン中央部から離れた支点近傍位置にまで大きなひずみが生じており、付着特性が大きく低下している。

解析結果に着目すると、供試体 T10, T15 の鉄筋ひずみは供試体 N と比較して大きくなっており、圧縮側劣化シリーズと同様に凍害深さが深くなるほど、その差も大きくなっていることが分かる。

次に、実験値と解析値を比較する。供試体 T10 は右側スパンの 400, 600mm 位置で実験値が解析値よりも若干大きくなっているが、その他の位置では実験値が完全付

着を前提としている解析値と概ね同程度である。このことから、T10の付着特性の低下はさほど大きくないものと考えられる。なお、供試体T15については、全体的に実験のひずみが解析よりも大きくなっており、実験では、より付着特性が低下しているものと推察される。

(5) 実験結果と解析結果の差異に関する考察

写真-3に供試体C10の実験時の損傷状況を示す。供試体C10では、荷重とともに凍害劣化を受けている圧縮領域において、複数本のせん断ひび割れが発生し、さらに変位を増加させると劣化域のせん断ひび割れの進展や幅の拡大、本数の増加を伴いながら、このせん断ひび割れの領域を中心とした腹部コンクリートに圧壊が進み、緩やかに荷重が低下した。一方、解析では、このような現象は再現されなかった。このことから、供試体C10の実験と解析で見られた剛性差は、せん断ひび割れが卓越することによるせん断剛性の低下が要因の一つであると推察される。すなわち、圧縮領域のせん断剛性が著しく低下したため実験結果は解析結果と異なる挙動を呈し、降伏に至るまでの剛性や破壊形式および最大荷重などに差異が生じたものと考えられる。

供試体C15、T15に関しては、(4)で述べた鉄筋ひずみの結果から付着特性が低下していることが明らかである。供試体T15については、この付着特性の低下のため、実験は解析と異なる挙動となり、降伏に至るまでの剛性や破壊形式および最大荷重などに差異を生じたものと考えられる。また、供試体C15については、前述のせん断剛性の低下に加えて、付着特性の低下も付与されたことで、供試体C10よりも降伏に至るまでの剛性や最大荷重などがより顕著に低下し、実験結果と解析結果との差異が更に大きくなったものと推察される。

一方で、供試体C5、T10のように、圧縮領域のせん断剛性の低下や引張領域の付着特性の低下が軽微な場合のRCはりに対しては、非線形有限要素解析に当たり、コンクリートの圧縮強度を低下させることで材料物性値の空間的なばらつきを考慮する方法を適用することによって、降伏に至るまでの剛性や破壊形式、最大荷重などを比較的精度良く評価できる可能性があるものと考えられる。

5. まとめ

凍結融解作用により劣化したRCはり部材の構造性能評価に対する、分散鉄筋・分散ひび割れモデルを用いた非線形有限要素解析の適用性や適用限界を明らかにすることを目的として、汎用のプログラムを用いた解析を実施し、実験結果と比較する形で種々の検討を行った。本研究の範囲内で得られた知見を要約すると、以下のとおりである。

- (1) 凍害劣化により圧縮領域のコンクリートが著しい損傷を受け、せん断剛性が低下しているRCはり部材や、鉄筋とコンクリートの付着特性が低下しているRCはり部材については、実験結果を精度良く現することは困難である。
- (2) 圧縮領域のせん断剛性の低下や引張領域の付着特性の低下が軽微なRCはり部材に対しては、非線形有限要素解析によって降伏に至るまでの剛性や破壊形式、最大荷重などを比較的精度良く評価できる可能性がある。

なお、上記の知見は、凍害による劣化程度が比較的大きく、せん断補強筋を配置しないRCはりによる限られた検討によって得られたものである。また、実験結果と解析結果を詳細に比較する上で必要不可欠となるコンクリートひずみのデータがないなど、計測データも限られている。したがって、これらの事項を踏まえて追加実験を行うなどして、凍害による材料劣化を受けたコンクリート部材の構造性能の定量的評価方法の確立に向けて、更なる詳細な検討を継続して行っていく必要がある。

なお、本検討は北海道土木技術会コンクリート研究会委員会に設置された「劣化したコンクリート構造物の構造性能評価研究小委員会」における活動成果の一部である。

参考文献

- 1) 林田宏、佐藤靖彦：凍害劣化域の大きさと位置に着目したRCはり部材の破壊性状、コンクリート工学年次論文集、Vol.34、No.1、pp.922-927、2012。
- 2) 土木学会：材料劣化が生じたコンクリート構造物の構造性能、コンクリート技術シリーズ71、2006。
- 3) 土木学会：続・材料劣化が生じたコンクリート構造物の構造性能、コンクリート技術シリーズ85、2009。
- 4) 前川宏一、福浦尚之：多方向ひび割れを考慮したRC構成則の部材・構造挙動からの検証、土木学会論文集、No.634/V-45、pp.209-225、1999。
- 5) 岡村甫、前川宏一：鉄筋コンクリートの非線形解析と構成則、技報堂出版、1990。
- 6) 橋本航、森川英典、佐伯慶悟、小林秀恵：コンクリート強度分布を有するRCはり部材のせん断耐荷機構、コンクリート工学年次論文集、Vol.24、No.2、pp.925-930、2002。
- 7) 土木学会：2007年制定コンクリート標準示方書【設計編】、2008。
- 8) Muttaqin HASAN, Hidetoshi OKUYAMA, Yasuhiko SATO and, Tamon UEDA: Stress-Strain Model of Concrete Damaged by Freezing and Thawing Cycles, Journal of Advanced Concrete Technology, Vol.2, No.1, pp.89-99, 2003。