

# 論文 長期有効曲げ剛性式による PC 箱桁橋の長期たわみ評価

半井 健一郎\*1・佐藤 良一\*2・小川 由布子\*3・河合 研至\*4

**要旨:** 従来の計算手法では過小評価となる PC 箱桁橋の長期たわみを簡易に評価可能な手法として, 長期有効曲げ剛性式を提案し, その妥当性を 2 橋の実 PC 橋を対象として検証した。有効剛性式の導出では, (i)PC 箱桁橋の上床版, 腹部, 下床版に生じる収縮ひずみはそれぞれの断面内で一様である, (ii)収縮分布に対するコンペンセーションラインは断面内で線形分布する, (iii)載荷後のひずみは断面内で線形分布する, (iv)クリープの影響は有効ヤング係数法に従うことを仮定した。提案式を用いて表計算ソフトで計算されたたわみの経時変化は実測値と良く一致し, 手法の有効性が確認された。

**キーワード:** 有効曲げ剛性式, PC 橋, 長期たわみ, 収縮, クリープ, 簡易法

## 1. はじめに

近年, 架設後数十年が経過した PC 箱桁橋において実測された長期たわみが, 設計値よりも過大となる事例が報告されている<sup>1)</sup>。たとえば, 月夜野大橋においては, 25 年経過後のスパン中央のたわみの実測値は, 設計値の 3 倍以上となっている。

これまでに, Bažant ら<sup>2)</sup>あるいは前川ら<sup>3),4),5)</sup>によって, PC 箱桁橋の長期たわみの再現解析の結果が報告されている。このうち前川らは熱力学連成解析システムを用い, 過大な長期たわみの主要因として, 部位ごとに温湿度などの熱力学的状態や鉄筋による収縮拘束度に差が生じたことを挙げている。すなわち, 上床版に比べて下床版の収縮が大きいことや鋼材拘束が小さいことによって張出し部のたわみは増大する。

熱力学連成解析システムによる評価は, 様々な条件下のコンクリート構造物のあらゆる挙動を対象としえるもので, 極めて汎用性の高い手法である。一方で実務設計を考えれば, 対象に対して十分に簡便かつ高精度な手法の開発も有用である。2012 年制定土木学会コンクリート標準示方書の設計編: 標準では, 前述の連成解析システムによる精緻な解析に加え, ファイバーモデルを用いた解析手法が掲載された。これに対して, 同示方書では, 使用性の照査のために有効剛性式が導入されている。本手法は極めて簡便かつ十分な精度を有しており, また, ひび割れの影響も考慮できることから, 近年の PC 橋の長期たわみ問題へ対応可能な形へと拡張することは意義があると考えられる。

そこで本研究では, PC 箱桁橋の曲げひび割れによる剛性低下, クリープおよび収縮の影響を考慮し, 短期または長期の変位・変形量を簡易に計算できる手法として,

長期有効曲げ剛性式の定式化を行った。その上で, 過大な長期たわみの生じた 2 橋の実 PC 橋を対象とし, 提案手法の妥当性を検証した。

## 2. 長期有効曲げ剛性式の提案

本研究では, 図-1 に示す PC 箱桁橋を想定して長期有効曲げ剛性式の定式化を行った。そのため, 死荷重モーメントは負となる。各鋼材の重心位置を与えているので, この値と断面積を変えれば正曲げを受ける場合にも適用可能となる。なお, 座標は下方に向かって正とし, 圧縮, 収縮は負値としている。また, 以下を仮定した。

(i) 上床版, 腹部, 下床版に生じる収縮ひずみはそれぞれの断面内で一様である。

(ii) 上記の収縮分布に対するコンペンセーションラインは断面内で線形分布する。

(iii) 載荷後のひずみは断面内で線形分布する。

(iv) クリープの影響は有効ヤング係数法に従う。

導出された有効曲げ剛性のうち, 有効曲げ剛性を曲げモーメントにより変化させる場合を式(1)に示す。今回は紙面の制約から掲載していないが, 有効曲げ剛性を部材

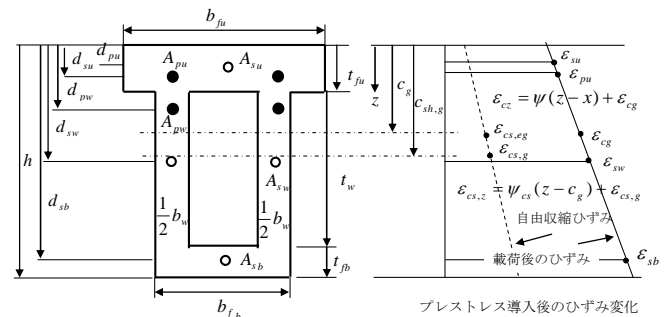


図-1 対象とした PC 箱桁橋の断面とひずみ分布

\*1 広島大学 大学院工学研究院准教授 博士 (工学) (正会員)

\*2 広島大学 大学院工学研究院特任教授 工博 (正会員)

\*3 広島大学 大学院工学研究院助教 博士 (工学) (正会員)

\*4 広島大学 大学院工学研究院教授 工博 (正会員)

全体にわたり一定とする場合を求めることもできる。

$$E_e I_e = \left( \frac{M_{crd}}{M_d} \right)^4 \frac{E_e I_g}{1 - \frac{\Delta M_{\psi_{cs}} + \Delta M_{\epsilon_{cs, eg}}}{M_d + \sum P(d_p - c_g)}} \quad (1)$$

$$+ \left\{ 1 - \left( \frac{M_{crd}}{M_d} \right)^4 \right\} \frac{E_e I_{cr}}{1 - \frac{\Delta M_{\psi_{cs, cr}} + \Delta M_{\epsilon_{cs, cr}}}{M_d + \sum P(d_p - c_g)}}$$

ここで、 $E_e$ ：有効ヤング係数 ( $=E_{cr}/(1+\phi)$ )、 $E_{cr}$ ：死荷重作用時のヤング係数、 $\phi$ ：載荷時材齢のヤング係数を用いて求めた死荷重作用時からのクリープ係数、 $I_e$ ：短期または長期の有効換算断面二次モーメント、 $I_{cr}$ ：短期または長期のひび割れ断面の図心周りの断面二次モーメント、 $M_{crd}$ ：断面に曲げひび割れが発生する限界の曲げモーメントで、コンクリートの引張縁の曲げ応力度が、軸方向力あるいはプレストレス力を考慮し、曲げひび割れ強度となる曲げモーメント（ただし、この場合、 $\gamma_c$ 、 $\gamma_b$ は一般に1.0とする）、 $M_d$ ：短期または長期の変位・変形量計算時の設計曲げモーメント、 $\sum P(d_p - c_g)$ ：軸方向力あるいはプレストレス力により生じる曲げモーメント ( $=P_u(d_{pu} - c_g) + P_w(d_{pw} - c_g)$ )、 $P_u$ ：上床版または下床版に作用する軸方向力あるいはプレストレス力、 $P_w$ ：断面腹部に作用する軸方向力あるいはプレストレス力、 $d_{pu}$ ：上縁から上床版に配置されたPC鋼材までの距離、 $d_{pw}$ ：上縁から腹部に配置されたPC鋼材までの距離、 $c_g$ ：短期または長期の、上縁から全断面の図心までの距離、 $\Delta M_{\psi_{cs}}$ ：全断面における収縮勾配および鋼材拘束に起因する見掛けの曲げモーメント、 $\Delta M_{\epsilon_{cs, eg}}$ ：全断面における収縮および鋼材拘束に起因する見掛けの曲げモーメント、 $\Delta M_{\psi_{cs, cr}}$ ：引張応力を受けるコンクリートを除いたひび割れ断面における収縮勾配および鋼材拘束に起因する見掛けの曲げモーメント、 $\Delta M_{\epsilon_{cs, cr}}$ ：ひび割れ断面における収縮および鋼材拘束に起因する見掛けの曲げモーメントである。

式(1)に示す長期有効曲げ剛性は、全断面およびひび割れ断面における上床版、腹部、下床版のクリープの影響を取り入れたそれぞれの有効曲げ剛性を加算した断面の有効曲げ剛性を、自由収縮と自由収縮勾配の鋼材拘束による見かけの曲げモーメントおよびそれらを作用曲げモーメントとプレストレスあるいは軸力の偏心曲げモーメントで除することにより低減された剛性であることを意味する。見掛けの曲げモーメントに関わる項が負であれば曲げ剛性が鋼材拘束により低減され、変形が増大することになる。

### 3. 提案式の検証例

#### 3.1 基本仮定

今回の計算において共通に設定した基本仮定および計算条件は以下の通りである。

- クリープは、2012年制定土木学会コンクリート標準書〔設計編：本編〕5章に記載の式によって計算する。
- 自己収縮および乾燥収縮は、2012年制定土木学会コンクリート標準書〔設計編：標準〕4編3章に掲載の式によって計算する。なお、舗設後の上床版の相対湿度は99.9%、腹部、下床版および舗設前の上床版は60%とする。
- PC鋼材の応力損失は、上記のクリープおよび収縮を用いて算定する。
- 断面は上床版、腹部、下床版に分割して扱う。
- 自由収縮はそれぞれの断面で一様とするが、断面内では勾配を有する線形分布とする。
- クリープは有効ヤング係数法により考慮することとし、検討対象時点ごとの有効ヤング係数を適用する。これと同様に収縮も、過去の湿度に依存せず、検討時点の収縮を適用する。

なお、計算には、汎用の表計算ソフトを用いた。

#### 3.2 月夜野大橋

##### (1) 対象構造物の概要

月夜野大橋<sup>6)</sup>は、移動架設桁による張出し架設工法によって施工された4径間PC有ヒンジラーメン橋である。分割されたブロックごとにコンクリートを打込み、PC鋼材に緊張力を導入した後、次のブロックの施工に進む形で延伸しながら施工された。計算対象としたP4橋脚～H1ヒンジ間の張出し部の概要を図-2に示す。

設計時に行った線形クリープ則によるたわみの計算値は建設後25年経過時点で38mmであったのに対して、実測値は150mmと、3倍以上の過大な値となっている。

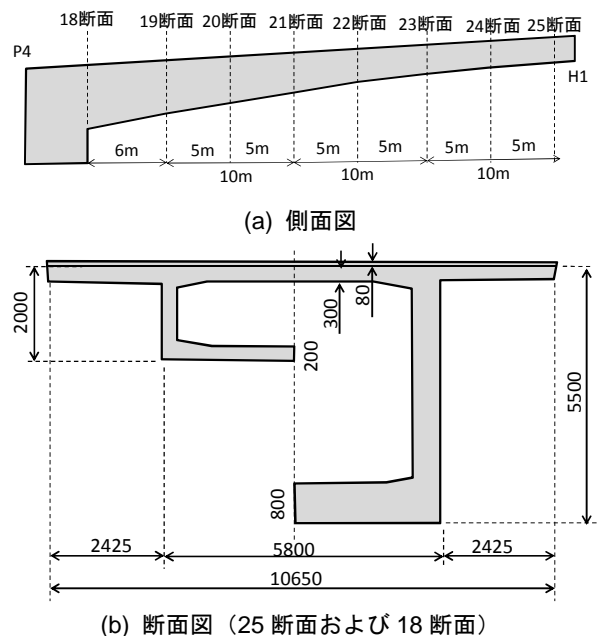


図-2 月夜野大橋の概要<sup>6)</sup>

(2) 計算の概要

今回の計算は、次の条件で行った。

- a) クリープおよび収縮は、たわみ計測を開始する構造系完成時 120 日以降の増加量を用いる。
- b) 舗装は 1120 日に行われたとする。
- c) 桁は、ヒンジ部を除く 7 ブロックを計算対象とし、①18 断面～19 断面(6m), ②19 断面～21 断面(10m), ③21 断面～23 断面(10m), ④23 断面～25 断面(10m) の 4 ブロックに分割し、それぞれの中央断面で代表する。
- d) 腹部および下床版の鉄筋比はいずれの断面も同一とする。

(3) 計算結果

まず、クリープおよび収縮に関する試算例として、図-3～図-5 に、ブロック 1 (18 断面～19 断面) およびブロック 4 (23 断面～25 断面) におけるクリープ係数と収縮ひずみの経時変化に及ぼす舗装の影響を示す。舗装の影響は、(a)舗装が常時舗装されているとした場合と(b)当初は未舗装で 1120 日に舗装されるとした場合についての比較とし、それぞれの上床版、腹部、下床版における値を示した。未舗装の場合には、相対湿度 60%の外気を環境条件とし、舗装後には湿潤状態にあるとした。計算の結果、舗装後に上床版のクリープ係数が大幅に減少するとともに乾燥収縮が膨張側に推移したが、今回の計算では過去の履歴を考慮できないため、舗装後のクリープ係数や乾燥収縮の変化は過大に算定されている。一方、断面厚さが異なるブロック 1 とブロック 4 の乾燥収縮の差は小さかった。

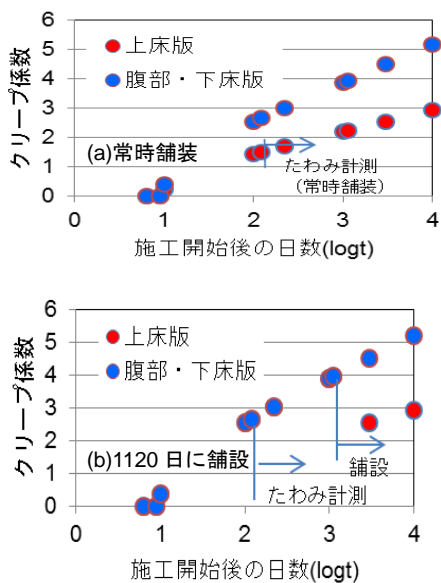


図-3 クリープ係数の経時変化に及ぼす舗装の影響 (月夜野大橋, ブロック 1 (P4 側))

次に、たわみの実測値と計算値の比較を図-6 に示す。(a)は舗装の影響を、(b)は収縮の影響を、(c)は鋼材拘束の影響を、(d)は 1120 日に舗装されたとする場合の収縮勾配の影響を、(e)はたわみ測定後全期間舗装された場合の影響をそれぞれ示した。図-6(a)より、舗装前の乾燥の影響を考慮することによって、たわみに増加傾向は実測値とよく一致し、本論文で提案した長期有効曲げ剛性式によるたわみ評価の妥当性が確認された。一方で、10,000 日後のたわみについては舗装の影響は小さく、両者とも実測値とほぼ一致した。図-6(b)より、自己収縮のみが全鋼材により拘束された場合のたわみは、全収縮が全鋼

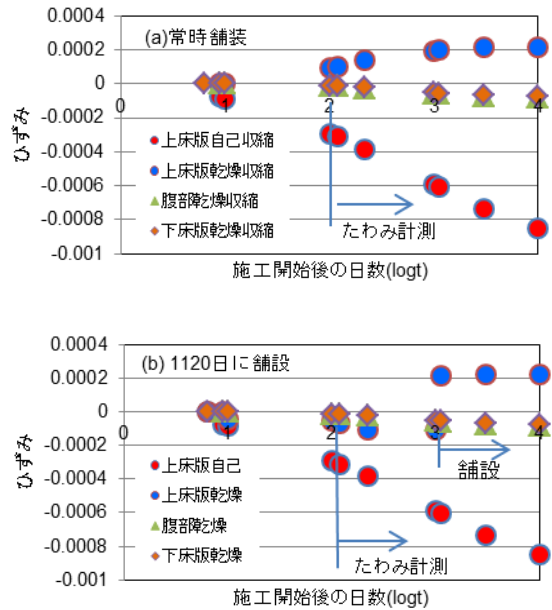


図-4 収縮ひずみの経時変化に及ぼす舗装の影響 (月夜野大橋, ブロック 1 (P4 側))

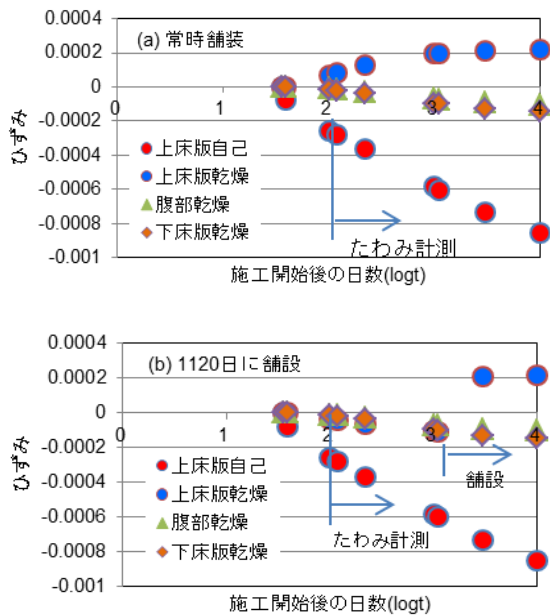


図-5 収縮ひずみの経時変化に及ぼす舗装の影響 (月夜野大橋, ブロック 4 (H1 側))

材により拘束された場合のたわみとほぼ等しく、実測値ともほぼ等しくなった。これは、自己収縮の勾配が0であることを考慮すれば、断面に一樣に生じる自己収縮が断面内に不均一の配置された鋼材の拘束によると考えられる。乾燥収縮による影響はかなりあるものの自己収縮よりは小さい。これは勾配を有するものの収縮の値が小

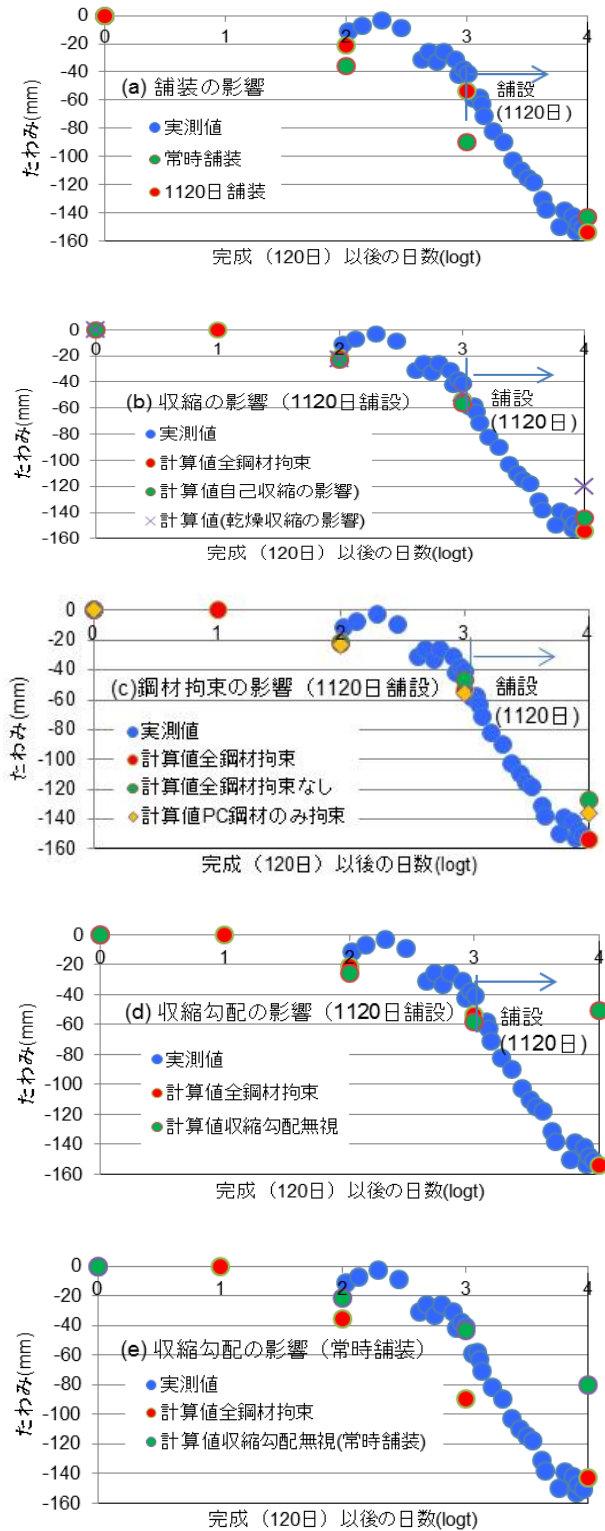


図-6 月夜野大橋におけるたわみの実測値と計算値の比較および各種要因の影響

さいためと思われる。図-6(c)より、収縮に対する鋼材拘束による見かけの曲げモーメントに起因する長期有効曲げ剛性の低減率はそれほど大きくはなかった。このことから、有効曲げ剛性はクリープにより有意に低下することが考えられる。図-6(d), (e)からは、舗装の影響によらず、収縮勾配を無視すればたわみを過小評価し、そのたわみ増加に及ぼす影響が大きいことが認められた。これは上床版のクリープが小さくなって有効ヤング係数が増加するとともに、舗装によって乾燥収縮が収縮から膨張側に反転し、増大する収縮勾配の影響を無視していることによると思われる。なお、舗装による自重の増加の影響は小さい。常時舗装されているとした場合は、舗装される場合と比べて、120日以降の収縮の増加量は小さくなり収縮勾配も小さくなるが、そのたわみに及ぼす影響は小さくない。

### 3.3 河成橋

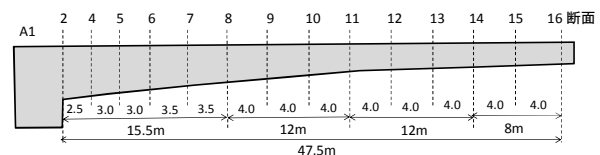
#### (1) 対象構造物の概要

河成橋<sup>7)</sup>は、張出し架設工法によって施工された1径間中央ヒンジ付PCラーメン箱桁橋である。概要を図-7に示す。建設後20年経過時点での実測のたわみは220mmであり、設計時のたわみの計算値の約2倍となっている。

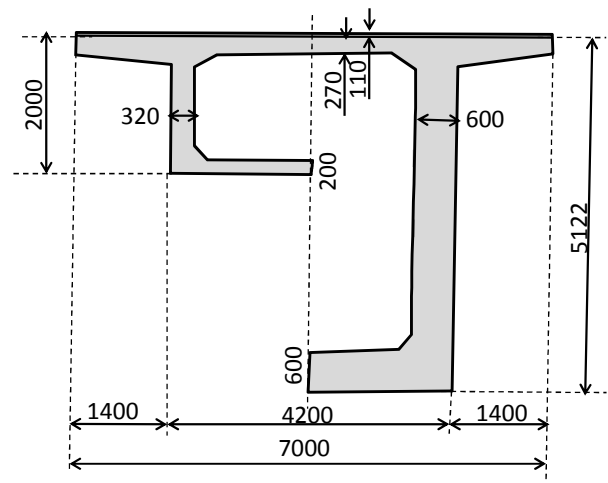
#### (2) 計算の概要

今回の計算は、次の条件で行った。

- 計算に用いるコンクリートの水セメント比は、月夜野大橋と同じ値(0.38)とする。



(a) 側面図



(b) 断面図 (断面 16 および断面 2)

図-7 河成橋の概要<sup>7)</sup>

- b) クリープおよび収縮は、構造系完成時の137日で開始する。
- c) 舗装は237日に完了する。
- d) 桁は、橋台剛域付け根を始点とし、①2断面～8断面(15.5m)、②8断面～11断面(12m)、③11断面～14断面(12m)、④14断面～16断面(8m)の4ブロックに分割し、それぞれの中央断面で代表する。

**(3) 計算結果**

まず、収縮に関する試算例として、図-8および図-9に、橋台剛域付け根側のブロック1(2断面～8断面)およびヒンジ部側のブロック4(14断面～16断面)における収縮ひずみの経時変化に及ぼす舗装の影響を示す。舗

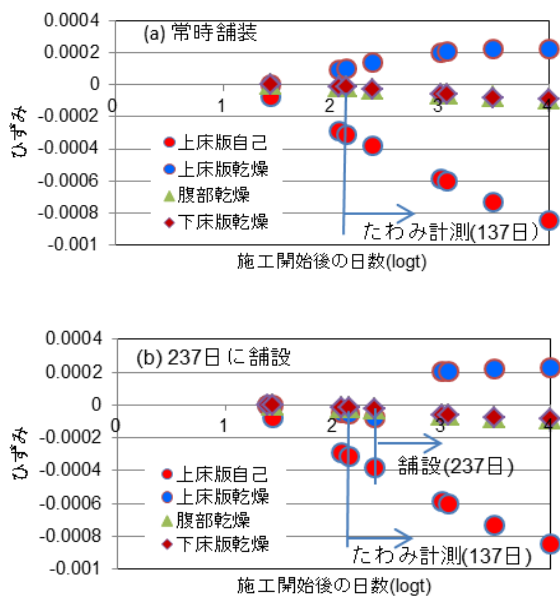


図-8 収縮ひずみの経時変化に及ぼす舗装の影響 (河成橋、ブロック1)

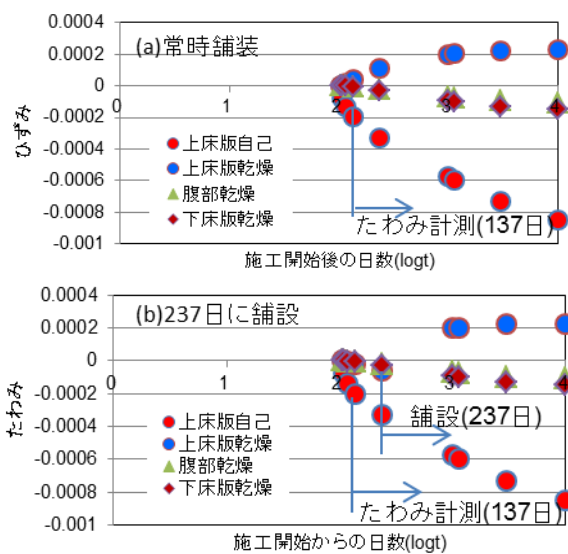


図-9 収縮ひずみの経時変化に及ぼす舗装の影響 (河成橋、ブロック4)

装の影響は、(a)舗装が常時舗装されているとした場合と(b)当初は未舗装で237日に舗装されるとした場合についての比較とし、それぞれの上床版、腹部、下床版における値を示した。計算の結果は、舗装の時期を除けば、月夜野大橋の結果とほぼ同様であった。これは、自己収縮が両橋とも同じで大きい一方で、乾燥収縮は小さいため、断面寸法の相違の影響をほとんど受けないためである。

次に、たわみの実測値と計算値の比較を図-10に示す。月夜野大橋での計算と同様に、(a)は舗装の影響を、(b)は収縮の影響を、(c)は鋼材拘束の影響を、(d)は237日に

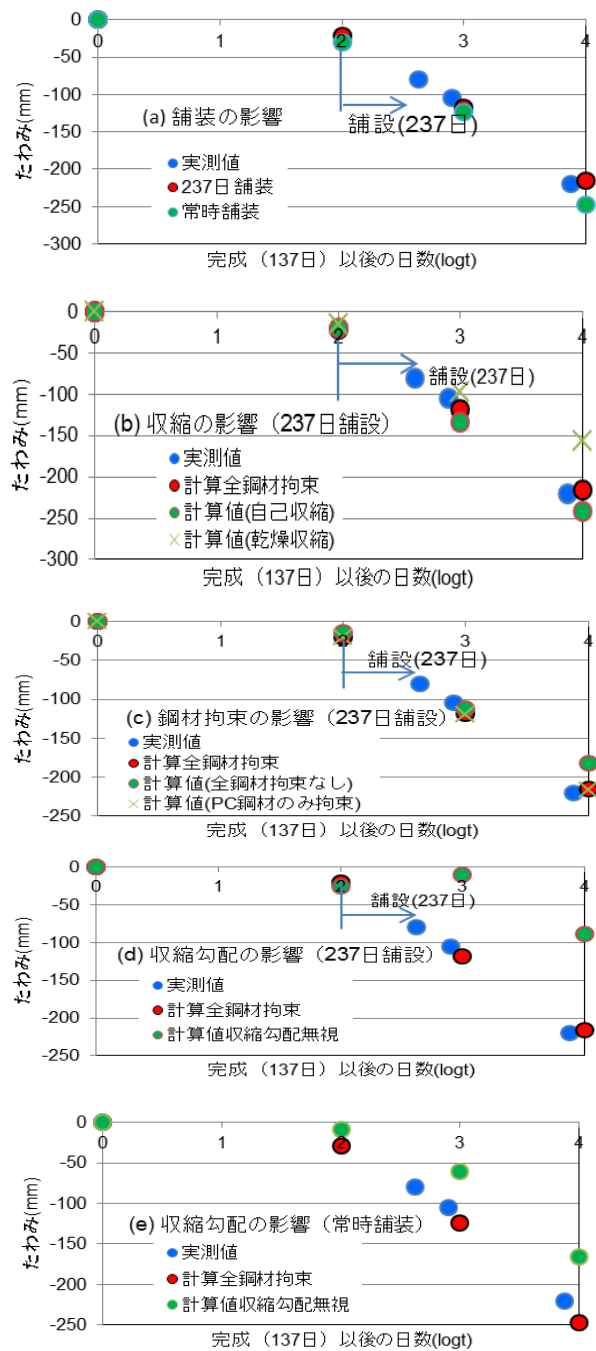


図-10 河成橋におけるたわみの実測値と計算値の比較および各種要因の影響

舗設されたとする場合の収縮勾配の影響を、(e)はたわみ測定後全期間舗装された場合の影響をそれぞれ示した。図より、舗設前の乾燥の影響を考慮することによって、たわみの増加傾向は実測値とよく一致し、提案式の妥当性があらためて確認された。また、種々の要因の影響に関してもほとんど月夜野大橋の場合と同様であったが、図-6(a)と図-10(a)に示すように、舗設の影響については、両橋の定性的な傾向が逆転した。これは、完成から舗設までの期間の相違、それに伴う収縮勾配、図心位置の断面の平均収縮量、配筋、履歴を無視したクリープや乾燥収縮のモデル等が微妙に関係していると思われるが、たわみ自体の大きさに及ぼす影響は小さく、工学的には大きな問題ではないと思われる。

#### 4. まとめ

本研究のまとめを以下に示す。

- (1) PC 箱桁橋の曲げひび割れによる剛性低下、クリープおよび収縮の影響を考慮し、短期または長期の変位・変形量を簡易に計算できる手法として、長期有効曲げ剛性式の定式化を行った。
- (2) 従来の計算手法では 1/2 から 1/3 以下の過小評価となっていた実 PC 箱桁橋 2 橋の長期たわみについて、提案手法によって計算を行った。その結果、計算結果は実測結果と良好に一致することが示された。また、影響要因分析の結果、舗設前の乾燥の影響を考慮することによって経時的なたわみ変化が良好に再現されること、収縮に対する鋼材拘束による見かけの曲げモーメントに起因する長期有効曲げ剛性の低減率はそれほど大きくはないこと、収縮勾配を無視すればたわみを過小評価することなどが示された。

#### 謝辞

本研究の実施においては、前川宏一教授（東京大学）、石田哲也准教授（同）、千々和伸浩助教（元：東京大学、

現：東京工業大学）に実橋データの提供を頂いたほか、3 先生方に加えて渡辺忠朋氏（北武コンサルタント(株)）から貴重なご助言を頂いた。ここに深く感謝いたします。

#### 参考文献

- 1) Witchkreangkrai, E., Tsuchida, K., Maeda, T., Watanabe, Y.: Long-term deflection monitoring of a cantilever prestressed concrete bridge with intermediate hinges over 25 years, CONCREEP 8, pp.595-600, CRC Press, 2008.
- 2) Bažant, Z.P., Yu, Q., Li, G.-H., Klein, G. and Kristek, V.: Excessive deflections of record-span prestressed box girder, ACI Concrete International, Vol.32, No.6, pp.4-52, 2010.
- 3) 千々和伸浩, 杉田恵, 石田哲也, 前川宏一: セメント硬化体中の微視的機構モデルに基づく実 PC 橋の長期時間依存変形シミュレーション, コンクリート工学年次論文集, pp.407-412, Vol.32, No.1, 2010.
- 4) Maekawa, K., Chijiwa, N. and Ishida, T.: Long-term deformational simulation of PC bridges based on the thermo-hygro model of micro-pores in cementitious composites, Cement and Concrete Research, Vol.41(12), pp.1310-1319, 2011.
- 5) Ohno, M., Chijiwa, N. Suryanto, B. and Maekawa, K.: An Investigation into the Long-Term Excessive Deflection of PC Viaducts by Using 3D Multi-scale Integrated Analysis, Journal of Advanced Concrete Technology, Vol.10, pp.47-58, 2012.
- 6) 中村克己, 福吉孝雄, 守屋元雄: P&Z 工法による月夜野大橋の施工, コンクリート工学, Vol.20, No.1, pp.80-89, 1982.
- 7) 岡田稔, 上野壹平, 芝文弘: 河成橋の計画, 橋梁, Vol.22, No.12, pp.20-26, 1986.