

# 論文 周波数変化に着目した衝撃弾性波法による内部欠陥探査

境 友昭\*1・山下 健太郎\*2・菅野 匡\*3

**要旨**：衝撃弾性波法では、構造物の厚さ方向に多重反射する波動によって生成される Flutter echo の周波数と縦弾性波速度から板状コンクリート構造物の内部欠陥の大きさ、位置の検出を行う。これまで、内部欠陥と測定表面間での Flutter Echo を仮定し、その周波数から内部欠陥位置を決定する方法が用いられてきたが、実際には内部欠陥による周波数の変化が生じることがわかってきた。本論では、周波数変化が生じる原因、また、欠陥の大きさと周波数変化の関係などを1次元波動論によって解析した結果について報告する。

**キーワード**：非破壊試験, 衝撃弾性波, 内部欠陥, 周波数変化

## 1. はじめに

板状コンクリート構造物の内部に空隙に相当する欠陥部が存在する事例を対象とした衝撃弾性波法による内部欠陥探査方法として、その内部欠陥の影響に起因する多重反射(Flutter echo)周波数の変化を手がかりとする方法について論じる。内部欠陥の探査では、Impact Echo Method<sup>1)</sup>およびこれに基づくSIBIE法<sup>2)</sup>などがあり、これらは、測定表面と内部欠陥との間での多重反射によって特定の周波数成分が卓越する現象(Flutter echo)が生成されるとして、その周波数から内部欠陥の位置を検出する方法を提示している。これに対し、iTECS法<sup>3)</sup>は、厚さ方向のFlutter echo周波数が低下することを手がかりとして、内部欠陥の平面位置を決定する方法を提案している。本論文では、1次元波動モデルを用いて、内部欠陥がFlutter echo周波数に及ぼす影響について検討した結果を示し、衝撃弾性波法による内部欠陥探査の測定原理の成立性について検討する。

## 2. 1次元波動方程式の数値解

実際、板状コンクリート構造物は、3次元の構造体であり、構造全体を1次元でモデル化することは妥当ではない。しかし、板状構造物の厚さ方向に波動が伝搬する現象のみを論じる場合は、波動の伝搬経路がひとつであることから、波動現象を、1次元モデルを用いて検証することも可能である。1次元波動については、杭打ちを対象とした有限差分法による解<sup>4)</sup>が得られているので、これを応用する。波動の伝搬距離を  $x$ 、時間を  $t$ 、弾性体の変位あるいは速度ポテンシャルを  $u$  とおくと、波動方程式は、

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

となる。有限差分法では、それぞれの微分演算子を差分

スキームに置き換えて、微分方程式の数値解を求める。波動現象では、両側差分を用い、

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 u}{dx^2} &\equiv \frac{1}{\delta x^2} (u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}) \\ \frac{d^2 u}{dt^2} &\equiv \frac{1}{\delta t^2} (u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

とする。ここで、 $\delta x$  は、差分距離、 $\delta t$  は、差分時間であり、波動方程式を解く上では、 $\delta x = c \delta t$  が成立する差分間隔を用いる。また、添字の  $i, j$  は、それぞれ距離及び時間の離散化位置を示すものである。式(1)に式(2)を代入し整理すると、

$$u_{i,j+1} = u_{i+1,j} + u_{i-1,j} - u_{i,j-1} \quad (3)$$

が得られる。式(3)は、1次元波動方程式の有限差分法による解であるが、式は、波動の伝搬を説明しているに過ぎない。コンクリート内部の欠陥を1次元弾性体としてモデル化する場合、これを1次元棒の断面欠損として表現する。この場合の波動方程式は、断面変化による力の釣り合い及び断面欠損境界の両側で成立する波動方程式を同時に満足する式でなければならない。詳しい式の導出は、文献<sup>4)</sup>に譲るとして、結果的に、

$$u_{i,j+1} = \frac{2}{1+\eta} (u_{i-1,j} + \eta u_{i+1,j}) - u_{i,j-1} \quad (4)$$

となる。ここで、 $\eta$  は、健全な断面での機械インピーダンス(断面積と縦弾性係数の積を縦弾性波速度で除した値)と断面欠損部機械インピーダンスの比である。 $\eta=1$ の場合は、式(3)と(4)は等しい。

板状コンクリートの内部欠陥探査に衝撃弾性波法を適用する場合、測定面(衝撃弾性波を入力するとともに構造物の応答を測定する面)と対向反射面(測定面と平行で、波動を全反射する面)は、共に自由端であり、波動方程式

\*1 アプライドリサーチ (株) 工博 (正会員)

\*2 (株) 東洋計測リサーチ (正会員)

\*3 (株) ネクスコ東日本エンジニアリング 佐久道路事務所 工修 (正会員)

の数値計算では、自由端で成立する波動方程式及び自由端に外力が作用する場合の運動方程式の差分解を求めておく必要がある。自由端では、応力が0となる境界条件を満たす波動方程式として、

$$\left. \begin{aligned} u_{0,j+1} &= 2u_{1,j} - u_{1,j-1} + \phi_j \\ u_{n,j+1} &= 2u_{n-1,j} - u_{n-1,j-1} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

が得られる。なお、 $\phi$ は、測定面(距離0)に入力される衝撃弾性波のポテンシャル、 $n$ は、対向反射面の位置を示す添字である。

本論に示す波動方程式の解では、材料の内部摩擦など起因する減衰項は、考慮していない。実際の棒中での応力や粒子速度の挙動を解析するためには、減衰項を考慮する必要がある。しかし、Flutter echo 現象などによって生成される周波数成分についてのみ論じる目的では、減衰項の影響は小さい。

### 3. 数値計算による内部欠陥の影響

#### 3.1 内部欠陥がない場合の Flutter echo のインパルス応答と周波数応答

数値計算によって求めた、Flutter Echo 現象のインパルスに対する応答とそのパワースペクトルを図-1, 2 に示す。計算では、厚さ(棒の長さ)を400mm、縦弾性波速度を4,000m/sとし、衝撃力は、時間幅1 $\mu$ s、振幅100のインパルスであり、棒の頂部に棒を圧縮する方向に入力した。棒の先端(対向反射面)は、自由端である。計算された応答はパルストレインとなり、その周期は波動が棒を1往復する時間に相当する200 $\mu$ s、また周波数パワースペクトルは、5kHz(周期200 $\mu$ s)を基本周波数とする等密度の倍音構造となる。これから、Flutter echo の周期は、基本周波数を生成させるが、周波数構成が単一周波数となるわけではないことがわかる。つまり、衝撃弾性波法において、時間幅の狭いパルスを使用すると、基本周波数以外の高調波成分が生成されることになる。この場合、周波数 $f$ 及び弾性波速度 $V_p$ を元に、

$$d = \frac{V_p}{2f} \quad (6)$$

として、内部欠陥までの距離 $d$ を算出する方法<sup>1),2),3)</sup>では、実際の内部欠陥深さのみではなく、高調波成分の影響による、いわば影(ゴースト)を内部欠陥と見誤る危険があることがわかる。

#### 3.2 内部欠陥がある場合のインパルス応答・周波数応答

図-3, 4は、打撃入力位置から120mmに欠損率50%、欠損幅4mmの断面欠陥がある場合のインパルスに対する応答とパワースペクトルを波動方程式の数値解で算出したものである。なお、断面欠損率は、健全部の機械インピーダンスに対する欠損部の機械インピーダンスの比、

欠損幅は、断面欠損部の軸方向の長さを意味する。インパルスに対する応答では、断面欠損に起因するパルスが時刻60 $\mu$ sに生成されており、また多数回の反射によるパルスが見られる。しかし、周波数領域では4.98kHzを基本周波数とする倍音群によって構成されるスペクトルとなっており、断面欠損位置と測定面の間での波動の周期60 $\mu$ sに対応する周波数成分(16.67kHz)は見られない。つまり、この事例では断面欠損の有無を周波数からは判断できないということがわかる。断面欠損部と対向反射面の2つの反射面のみを考慮した場合のインパルス応答は図-5のようになる。応答に減衰傾向が見られるのは、内部欠陥による波動の透過・反射によって振幅が減衰するためである。この場合は当然のことながら、図-6のように断面欠損に対応する16.67kHzの周波数成分が成立することになる。しかし、実際の波動は図-7に示すように、複雑な反射を繰り返し、時間の経過とともに測定面に到達する反射波の密度が高くなる。1次元棒の場合、断面欠損部では、断面が縮小した後、直ちに断面が拡大して元の断面積となる。このため、断面縮小による正の反射波と断面拡大による負の反射波が続けて発生し、測定面と断面欠損部間のFlutter echoがあったとしても、その振幅は小さくなり、また、断面欠損部で反射した波動も、さらには対向反射面(棒の先端部)で、再度反射することから、結果的に測定面と対向反射面間のFlutter echoが卓越することになる。これから、理論的には図-5のようなインパルス応答が成立しないため、断面欠損位置までの距離に対応したFlutter echo 周波数は生成されないものと言えよう。

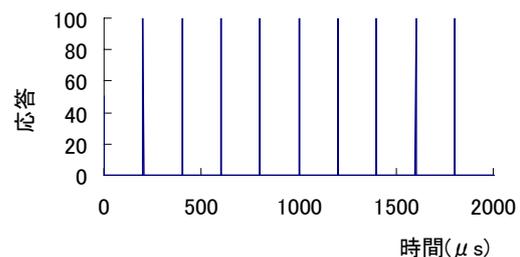


図-1 Flutter Echo のインパルス応答

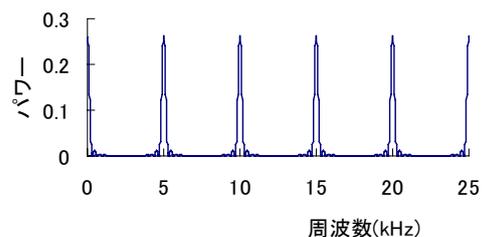


図-2 Flutter Echo の周波数応答

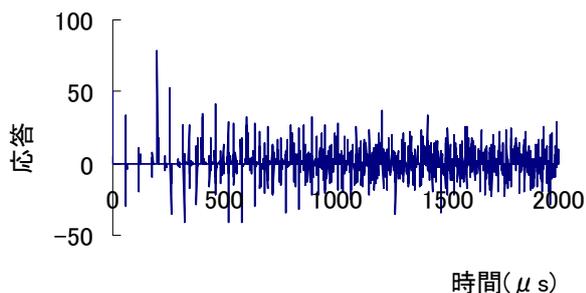


図-3 断面欠損がある場合のインパルス応答

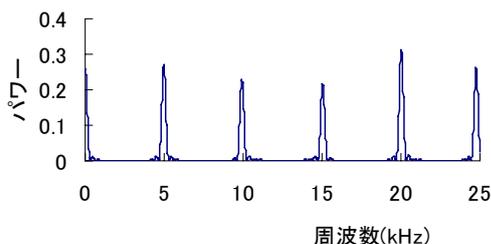


図-4 断面欠損がある場合の周波数応答

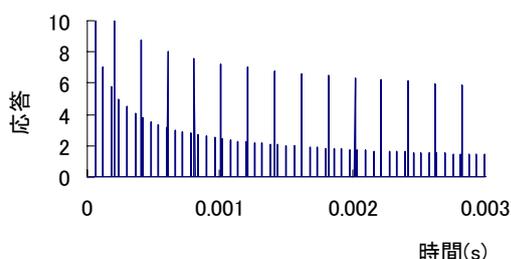


図-5 断面欠損と対向反射面のみを考慮したインパルス応答

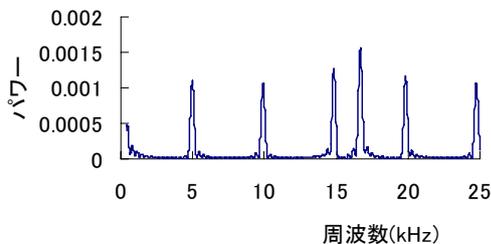


図-6 断面欠損と対向反射面のみを考慮した周波数応答

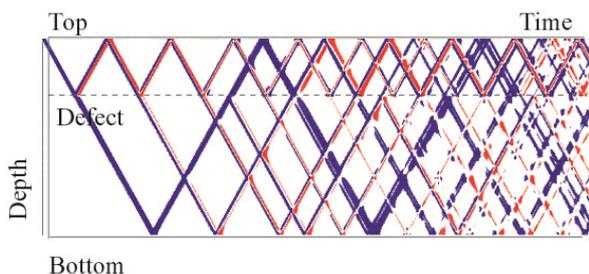


図-7 数値計算で得た波動伝搬のダイアグラム

### 3.3 入力波長と卓越周波数

インパルス応答解析を行うような場合では、入力周波数範囲が、解析しようとするシステムの周波数応答範

囲を十分に含んでいる必要がある。このためには、時間幅の狭い入力信号を発生させる必要がある。渡海ら<sup>2)</sup>は、質量の小さいアルミ飛翔体を高速で衝突させる方法などの工夫を行っている。しかし、周波数スペクトルから内部欠陥の位置を決定しようとする方法では、測定点と内部欠陥の距離の2倍を波長とする単一周波数成分が観測されることが望ましい。そうなれば、式(6)を用いて周波数から内部欠陥までの距離に変換することが容易だからである。

図-8は、1波正弦波を入力した場合の波長比(棒の長さの2倍に対する入力波長の長さ)とそのとき観測された卓越周波数の比(棒の1次固有振動数と観測された卓越周波数の比)を示すものである。図から、式(6)を用いて周波数から厚さを推定する場合に必要な入力波長は、1次固有振動数に相当する波長の0.6倍から1.9倍の範囲に限られることが分かる。すなわち、インパルス応答を精度良く求めるために入力波長を短くすることは、周波数から厚さを推定する上で有効な手段ではなく、場合によっては高調波成分が卓越周波数となることによって、欠陥の位置を誤解させる原因となることがわかる。また、図から入力波長が期待されるFlutter echo波長(厚さの2倍)の1.9倍を超えると、卓越周波数から厚さあるいは長さを推定することが出来なくなることも示される。

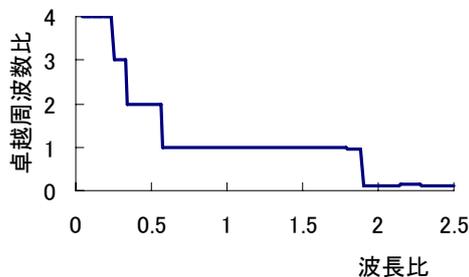


図-8 入力波長と卓越周波数の関係

### 3.4 欠陥位置と大きさが卓越周波数に与える影響

欠陥の位置、大きさによる周波数変化を図-9に示す。断面欠損率が大きくなると、周波数は低下する傾向を示すが、その影響は欠損位置が中央にあるほど大きいことが示される。ただし、この計算では入力の波長が棒の長さの2倍、つまり棒の共振周波数に相当する入力周波数であり、また入力波形は正弦波である。断面欠損が無い場合のFlutter echo周波数は、5kHzであるが、断面欠損が棒の中央部で断面欠損率が90%を越えると、周波数は4.2kHz程度に低下し、周波数の低下率は15%以上となる。なお、この場合でも卓越周波数が測定面と内部欠陥の間のFlutter echo周波数と想定される10kHzになることはなかった。

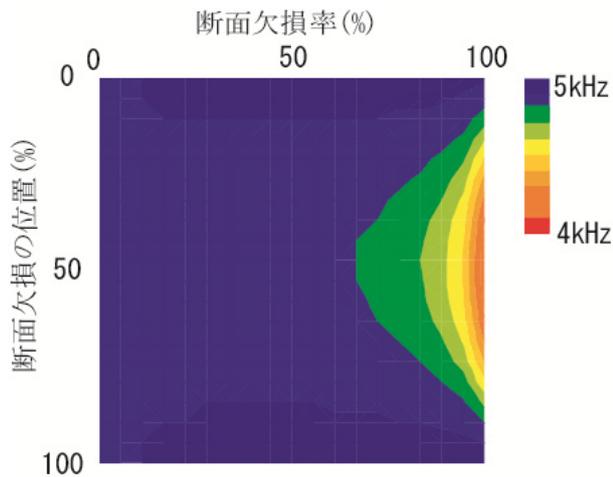


図-9 断面欠損位置と卓越周波数の関係

一方、図-10は、入力波形が1波正弦波状と矩形波の場合について、入力波長と4.2~5.2kHz内における卓越周波数の関係を調べたものである。この場合、断面欠損は棒の中央、欠損率は25%としている。図に示されるように、入力波形によって周波数の低下率に違いがあり、周波数変化が、入力波形の影響を受けることがわかる。

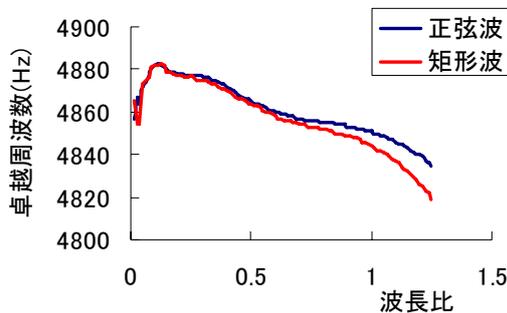


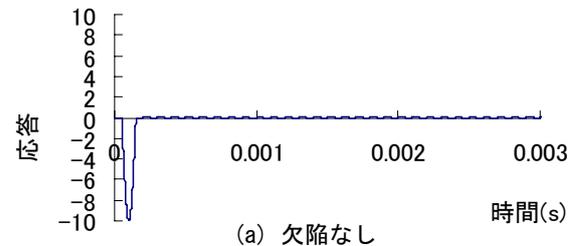
図-10 入力波形の影響

### 3.5 欠陥による周波数変化要因

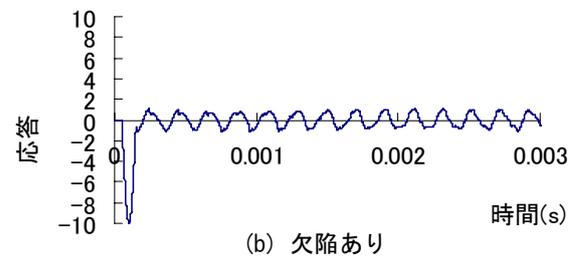
両端自由の棒において Flutter echo が生成されている場合、棒の中央は振動の節となるため、共振状態では振幅が0となる。図-11(a)は、内部欠陥がない場合の棒中央部での振動速度応答を示しているが、図に示されるとおり、共振状態となった後の振動振幅は、ほぼ0であり、節となっていることがわかる。これに対し、中央部に断面欠損(欠損率25%)がある(b)の計算では、共振状態となった後も振動振幅が残っている。この状態では、Flutter echo の節に相当する位置が時間とともに変動(振動)していることを意味する。

図-12は、棒の長さの2倍となる入力波(1波正弦波)を印加した場合の、棒中での最大振幅の分布を求めたものである。断面欠損が無い場合には、棒の中央部で振幅

が0となり、両端で振幅が最大となる分布を示し、定在波(Flutter echo)が成立していることが分かる。これに対し、断面欠損(90%)がある場合、最小振幅となる位置は、信号入力側に移行し、また振幅は0とはなっていない。断面欠損に起因する周波数低下は、図-12にあるような節の移行によって発生している可能性が考えられる。

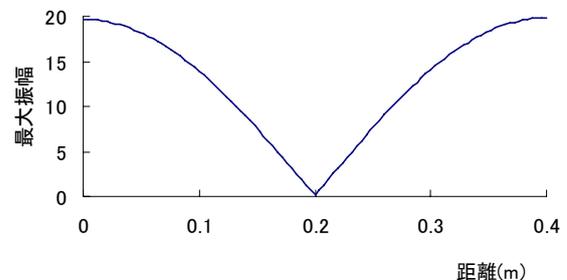


(a) 欠陥なし

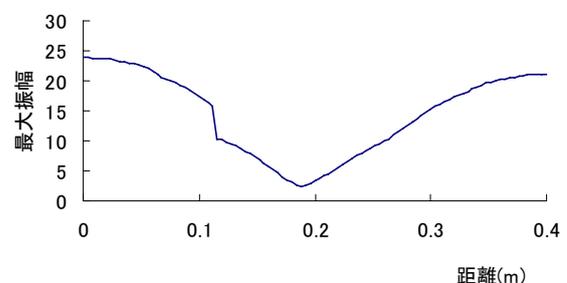


(b) 欠陥あり

図-11 棒中央部の振動波形



(a) 欠陥なし



(b) 欠陥あり

図-12 最大振幅の分布

断面欠損率と卓越周波数の関係を図示すると、図-13のようになって、両者の間に簡単な関数関係は見られない。このため、この図の情報からでは、どのような影響

によって断面欠損によって卓越周波数が低下するかを知ることが難しいこれに対し、図-14は、断面欠損がある場合の卓越周波数を、それが無い場合の Flutter echo 周波数(5kHz)で基準化した値と振幅比(入力振幅に対する共振状態での振動振幅の比)の関係を示すものであるが、両者に線形関係があることがわかる。

断面欠損がある場合の波動の伝達については、波動の速度成分について、

$$v_R = \frac{1-\eta}{1+\eta} v_P \quad (7)$$

の関係がある。ここで、 $v_R$ は、断面変化位置での反射波、 $v_P$ は、断面変化部に伝搬してきた波動の速度振幅である。式(7)から、反射波の強さが断面変化部での機械インピーダンスの関数となることから、図-15は、図-13のグラフを直線化するため、

$$\alpha \equiv \frac{v_P}{v_R} = \frac{1-\eta}{1+\eta} \quad (8)$$

を断面欠損係数(変数変換した断面欠損率として定義)を用いて、描きなおしたものである。図に示されるように、変換した断面欠損率と卓越周波数は、線形関係になっている。この図のみによって、断面欠損による Flutter echo 周波数の変化を説明することは出来ないが、断面欠損部によって発生する反射波の振幅値が周波数変化の原因のひとつと考えることは可能である。

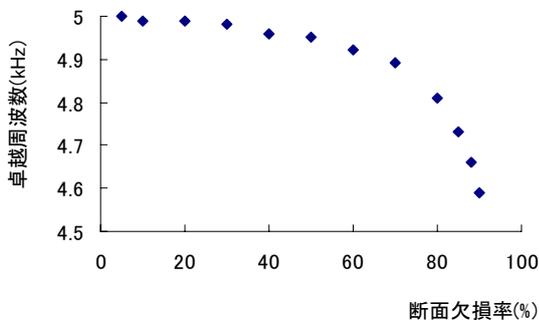


図-13 断面欠損率と卓越周波数

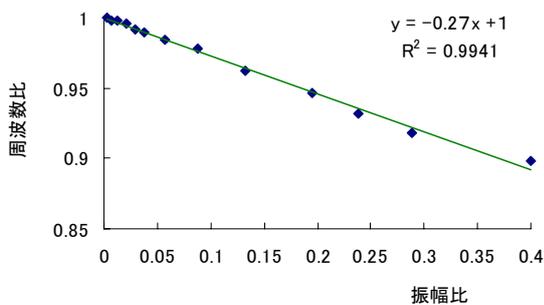


図-14 周波数の低減と節の位置変動率

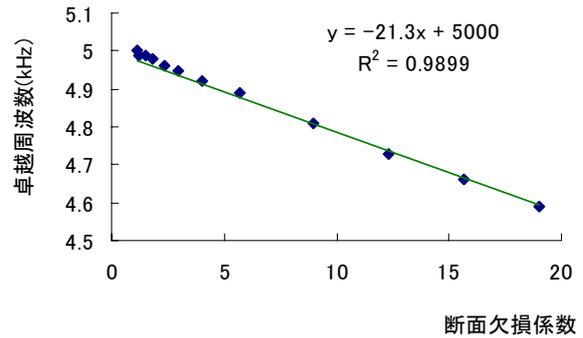


図-15 変数変換した断面欠損率と卓越周波数

#### 4.1 次元棒を用いた実験

##### 4.1 実験方法

1 次元棒材として、高張力鋼棒(直径 25mm、長さ 300mm)を用いた。鋼棒の弾性波速度は、5,800m/s である。実験では、鋼棒の頭部を直径 10mm の鋼球で打撃し、先端部に取り付けた加速度計(0.5~25kHz)で棒の振動応答を測定した。測定のサンプリング時間間隔は  $1\mu\text{s}$ 、測定時間長は 2ms である。打撃面と測定面が異なるのは、直径 10mm の鋼球で直径 25mm の端面を打撃する場合、同一面に加速度計を設置することが出来ないためである。

内部欠陥をモデル化するため、棒に切り欠きを入れた。切り欠き深さは、3、5、7.5、10、12.5、15、17.5、20、22.5mm である。切り欠き部の幅は 3mm とし、切り欠き位置は、打撃面下 30mm から 30mm ステップで 270mm までとした。

##### 4.2 データ処理

加速度計で測定した応答波形を、時間積分して振動速度波形に変換し、最大エントロピー法によって自己回帰係数を求め、これを元にパワースペクトルを算出した。卓越周波数  $f$  と、棒の長さ  $L$  から、 $v = 2Lf$  として、弾性波速度を算出した。

##### 4.3 実験結果

棒の中央位置での断面欠損率と Flutter echo 周波数から算出した弾性波速度の関係を図-16 に示す。断面欠損率が大きくなると、弾性波速度が低下するという傾向は数値計算と同様である。しかし、数値計算では、断面欠損率が 60% を越えると弾性波速度の低下が見られるが、実験では、欠損率が 30% を越えると弾性波速度の低下が観測されている。なお、実験では卓越周波数を測定し、式(6)の関係からみかけの弾性波速度に換算した値を用いているが、数値計算では弾性波速度を一定としているため、卓越周波数の違いに着目しているという違いがある。

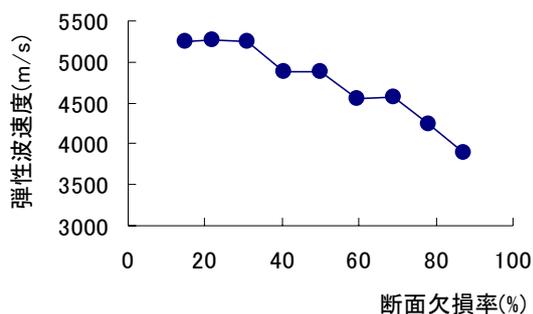


図-16 断面欠損率と弾性波速

## 5. まとめ

### 5.1 断面欠損による周波数及び弾性波速度の低下

ここでは、1次元波動方程式の数値計算を用いて、内部欠陥がある場合に、まず、Flutter echo 周波数が変化することを確認し、その原因として内部欠陥によって Flutter echo 振動の節の位置が振動すること、また最小振幅となる位置が棒の中心からずれることを確認した。さらに、節の位置の変動は、断面欠損によって生じる誘発波の振幅に影響され、本来、振動の節となる棒の中央位置付近で、その振幅が大きい程、周波数が低下することがわかった。

数値計算に使用している弾性波速度は、健全部でも断面欠損部でも同じであり、また、1次元波動としての計算であるから、位相速度と群速度の違いはない。それにもかかわらず、みかけの弾性波速度は低下している。断面欠損によって誘発される振動の振幅によって周波数が変調されることは、現象的には周波数変調(FM)と類似しているが、その現象を原理的に説明するには今後の研究が必要である。

### 5.2 Flutter echo 周波数による内部欠陥の位置決定

従来からの Impact Echo Method は、内部欠陥と測定面間での Flutter echo 周波数が成立することを前提とし、その周波数から内部欠陥の位置と深さを検知する方法が提

唱している。しかし、波動方程式の数値計算では、内部欠陥に相当する断面欠損率が相当に高い(90%以上)であっても、測定面と内部欠陥の間での Flutter echo は観測されなかった。勿論、波動を全反射するような内部欠陥であれば、Flutter echo 周波数によって、欠陥の位置決定が可能と考えて良いが、使用する弾性波の波長と比較して小さい内部欠陥であれば、波動が全反射することなく、この場合、周波数スペクトルのみで内部欠陥の位置を決定することは出来ない。この点において Impact Echo 法による内部欠陥探査方法及び SIBIE 法の成立性には疑問が残る。

### 5.3 Flutter echo 周波数

数値解析の結果から、Flutter echo 周波数が第1位の周波数として観測される範囲は、入力信号が正弦波状であって、その波長が Flutter echo の波長の0.6から1.9倍の範囲であることがわかった。つまり、これより短い波長を入力した場合、高調波成分が第1位の周波数となり、構造物の厚さあるいは内部欠陥の存在を誤認する可能性があることが示された。ただし、ここで使用している信号は、1波の正弦波状入力信号であり、パルス信号を使用する場合には別途検討が必要である。

### 参考文献

- 1) Mary J. Sansalone, William B. Streett ; IMPACT- ECHO Nondestructive Evaluation of Concrete and Masonry 1997
- 2) 例えば 渡海雅信, 大津政康 : SIBIE によるひび割れ深さ評価の実用化, コンクリート工学年次論文集, Vol.29, No.2, pp.613-618,2007
- 3) 岩野聡史, 極檀邦夫, 境友昭; 衝撃弾性波法によるコンクリート内部欠陥探査, コンクリート工学年次論文集, Vol.24, No.1, pp.1521-1526,2002
- 4) 境友昭; 杭打ち解析のための波動方程式の数値解法, 土木学会論文集, No.424 / III-14, pp.75-84,1990