

論文 非線形領域を考慮した偏心 RC 造骨組のねじれ応答評価手法の構築

河野 圭一郎*1・田嶋 和樹*2・長沼 一洋*3

要旨：本研究では、溝口らによるオンライン捩れ応答実験を対象とした三次元非線形 FEM 解析を通じて、部材の塑性化が骨組のねじれ性状に及ぼす影響を把握した。その結果、塑性域におけるねじれ応答の変化を評価するためには、偏心距離および弾力半径の変動を捉えることが重要だとわかった。また、非線形ねじれ応答を評価するためのアルゴリズムを提案し、それに用いる変位・耐力曲線の一般化を行った。評価結果は FEM 解析結果と良好に対応し、本手法を用いることで非線形ねじれ応答を評価できることを確認した。

キーワード：偏心, RC 造骨組, FEM 解析, 塑性化, 復元力特性

1. はじめに

偏心率は部材の弾性剛性から算出されるため、部材の塑性化に伴う剛性変化は考慮されていない。ひび割れや圧壊、鉄筋の降伏によって逐次剛性が変化する RC 部材では、これらの剛性変化が建物のねじれ応答に及ぼす影響を把握することが重要であろう。そのためには、非線形領域におけるねじれ応答を追跡可能な評価手法の確立が必要だと考えられる。

こうした背景を受け、筆者らは単層単スパン骨組に対する FEM 解析を通じて、非線形ねじれ応答を予測するための反復型略算法を提案している¹⁾。しかし、本手法は、計算がやや煩雑であることや収束条件および反復回数によって算出結果が変動してしまう点に課題が残る。また、計算過程で部材の復元力特性を用いるが、骨組のねじれ変形による柱の二方向変形の影響を考慮できていない。既往の研究より、骨組のねじれ応答下では柱が二方向に変形するため、構造設計で期待された性能を満足できないことを確認している²⁾。この問題の解決策として、変位・耐力曲線が挙げられる³⁾。変位・耐力曲線を用いることで、二方向変形時の復元力特性の構築が可能となり、より実現象に近い応答を評価できる考えられる。

本研究の目的は、偏心 RC 造建物の非線形ねじれ応答を予測するためのより簡便で実用的な手法を構築することである。まず、溝口らにより実施されたオンライン捩れ応答実験⁴⁾を対象とし、三次元非線形 FEM 解析モデルを作成する。そして、作成したモデルを用いて、偏心率をパラメータとしたパラメトリック解析を実施し、部材の塑性化が骨組のねじれ性状に及ぼす影響について考察する。さらに、非線形ねじれ応答を予測するためのアルゴリズムを定式化し、評価対象の FEM 解析より得られたねじれ応答と提案したアルゴリズムによる算定結果とを比較することで、本手法の妥当性を確認する。

2. 溝口らのオンライン捩れ応答実験の概要

図-1 に試験体概要を示す。試験体は天井スラブ、柱、基礎スラブからなる 4 本柱の RC 造骨組である。柱断面は左側の二本(柱 A, B)が Type A, 右側の二本(柱 C, D)が Type B であり、Y 方向に偏心(偏心率 $R_{ex}:0.54$)した剛性偏心骨組となっている。表-1 に各種材料特性を示す。

図-2 に入力地震波形を示す。地震波は、1968 年十勝沖地震の八戸湾港における EW 成分で、最大加速度付近の 8 秒間とその後の 2 秒間の 0 データを付加した合計 10 秒間を最大加速度 320gal になるよう補正したものである。この波を試験体の X 方向に対して入力する。加力は、加力ビームに設置した二台アクチュエータによって重心位置に応答変位およびねじれ角を強制させ、天井スラブ中

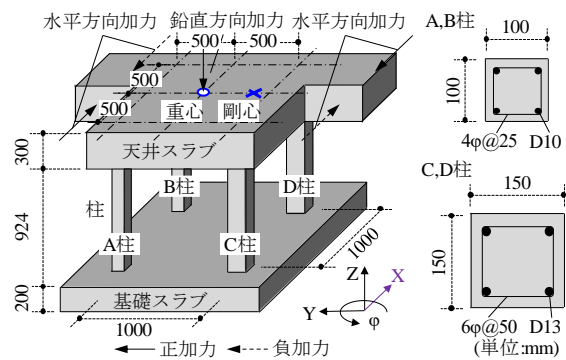


図-1 試験体概要

表-1 各種材料特性

コンクリート	鉄筋			
	降伏強度(N/mm ²)			
圧縮強度(N/mm ²)	D13	D10	6φ	4φ
25.9	351.8	361.6	337.1	304.8

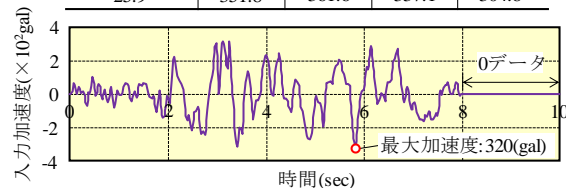


図-2 入力地震波

*1 日本大学大学院 理工学研究科建築学専攻 (学生会員)

*2 日本大学 理工学部建築学科准教授 博士 (工学) (正会員)

*3 日本大学 理工学部建築学科教授 博士 (工学) (正会員)

央に設置したアクチュエータによって鉛直荷重を与えた。なお、応力計算では減衰定数が 0 に設定されている。

3. 三次元非線形 FEM 解析の概要

3.1 形状のモデル化

図-3 に要素分割図を示す。コンクリートは六面体要素、鉄筋は分散鉄筋でモデル化した。床および基礎スラブは剛体とし、軸力は、床スラブ中央に設けた要素に重量として考慮している。質量の考慮には、集中質量法を採用した。また、柱端部に離散ひび割れを表現可能な接合要素を挿入することで、主筋の抜け出しおよびコンクリート-鉄筋間のすべり挙動を考慮した。なお、鉛直アクチュエータの水平変形に伴う水平方向成分および下部ピン位置における直交方向の変形拘束に関しては、解析条件等は設けていない。

3.2 材料特性のモデル化

図-4 にコンクリートと鉄筋の応力度(σ)-ひずみ度(ϵ) 関係を示す。コンクリートの圧縮側には修正 Ahmad モデル⁹⁾、テンションステイフニングモデルには $C=1.0$ とした出雲らのモデル⁶⁾、引張軟化域には破壊エネルギー G_f を考慮した土木学会標準示方書の式⁷⁾を採用した。ひび割れ後のせん断伝達モデルとして、ひび割れ直交方向のひずみに応じてせん断抵抗が変化するモデル⁹⁾を採用した。鉄筋は Bi-linear 型とし、降伏後の二次勾配は初期剛性の $1/100$ としている。履歴特性は、Ciampi らの提案⁹⁾による修正 Menegotto-Pinto モデルを用いた。また、接合要素の応力度(σ)-すべり(s)関係も併せて示す。ひび割れ強度到達前は十分大きな剛性とし、ひび割れ後の二次勾配は降伏強度との間を線形補完するように設定されている。このときのすべり量 s は三島らの提案式¹⁰⁾より求めた。なお、ひび割れ後のせん断伝達特性は、コンクリートと同様のモデルである。

3.3 FEM 解析結果

図-2 に示した地震動を入力し、地震応答解析を実施する。なお、固有値解析の結果、ねじれ連成の X 方向並進モードに対する固有周期は $T=0.178\text{sec}$ であった。また、解析にあたっては、減衰を初期剛性比例型とし、減衰は実験に近い状態を再現するため、一次固有周期に対して 0.3% に設定した。図-5 に各時刻歴応答解析結果を示す。解析は実験の傾向を概ね模擬しており、本モデルを用いることでねじれ応答を再現可能であることを確認した。なお、せん断力の初期で若干の差異は見られるが、以降の検証における影響はほとんどないと考えられる。

4. パラメトリック解析を通じたねじれ性状の分析

塑性域では、部材の塑性化に伴う剛性変化により、骨組のねじれ応答が変化すると考えられる。本章では、偏

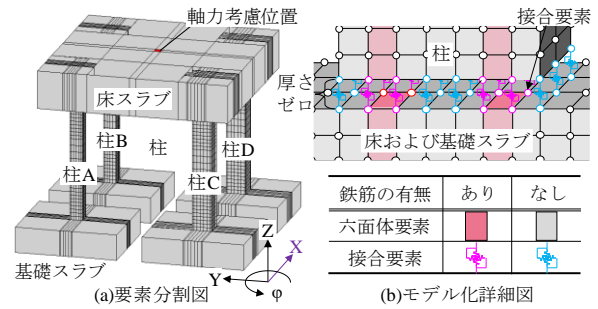


図-3 要素分割図

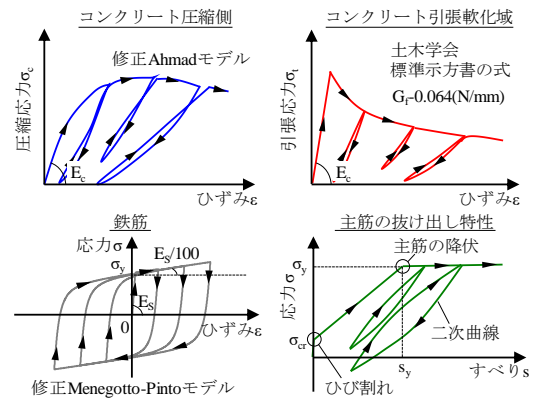


図-4 材料構成則

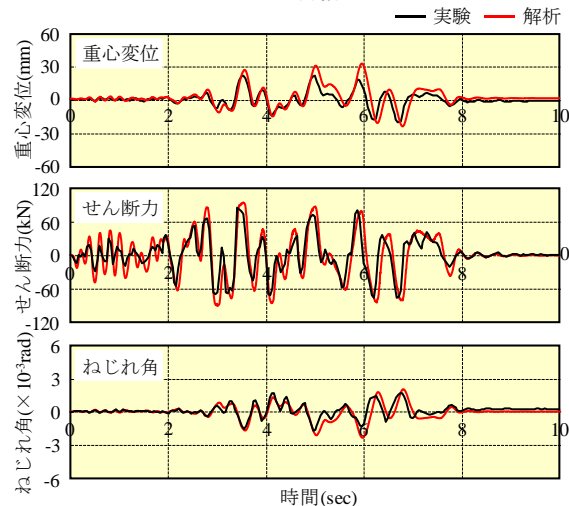


図-5 時刻歴応答解析結果

表-2 解析パラメータ

R_{ex}	η_1	η_2	R_{ex}	η_1	η_2
0.00	0.08	0.17	0.25	0.15	0.14
0.05	0.09	0.17	0.30	0.16	0.13
0.10	0.10	0.16	0.35	0.18	0.13
0.15	0.12	0.15	0.40	0.19	0.12
0.20	0.13	0.15			

ピンク色:Type A(柱A, B) 水色:Type B(柱C, D)

心率をパラメータとした解析を実施することで、部材の塑性化が骨組のねじれ性状に及ぼす影響を把握する。重量偏心骨組に対しては検証済みであるため、本章では、さらに剛性偏心を加えた骨組に対する検証結果を示す。

溝口らの試験体を対象とし、各柱に鉛直荷重を作用させることで重量を偏心させる。表-2 に各柱に作用させる軸力比を示す。このとき偏心率 R_{ex} は $0.00 \sim 0.40$ まで

の0.05刻みに設定した。なお、部材の塑性化による影響を検証するため、材料特性が弾性体のもの(以下、弾性モデル)と弾塑性体のもの(以下、弾塑性モデル)のを用意した。本検証は1方向加力時における骨組応答を対象とする。加力は、重心への1点加力とし、X方向へ層間変位で18.48mm(層間変形角: $R_{story}=1/50$)まで強制変位を与える。

図-6に $R_{story}=1/100, 1/50$ 時の(a)ねじれ角(θ) - 偏心率(R_{ex})関係および(b)偏心距離(e_y), 弾力半径(r_{ex}) - R_{ex} 関係を示す。(a)に着目すると、両モデルとも、 R_{ex} および R_{story} に比例して θ は増大する傾向を示す。このとき、弾塑性モデルのほうが弾性モデルよりもねじれ量は小さく、 R_{story} が大きいくほどその差は大きい。また、近似線の傾きが両モデルで一致しているが、これは偶然であり、他のモデルでは異なる傾向を示す。なお、弾性モデル $R_{ex}:0.00$ で若干ねじれが生じているが、これは重心と剛心の位置に微小なずれが生じてしまったためである。特筆すべきは、弾塑性モデル $R_{ex}:0.00$ においてねじれが生じている点、また、 $R_{ex}:0.05$ において弾性モデルとは逆回転のねじれが生じている点であろう。このように、非線形領域では部材の塑性化によってねじれ性状が複雑に変化する。(b)を見ると、部材の塑性化により e_y は減少するが、 r_{ex} は増大している。 e_y の減少により入力ねじりモーメントが減少し、またねじれにくさを表す r_{ex} は増大したため、ねじれ量が減少したと考えられる。このとき、 e_y の弾塑性モデル $R_{ex}:0.00$ および 0.05 では偏心距離が負の値になるが、これは、重心と剛心の位置関係が初期状態と逆転したこと意味する。また、 r_{ex} の弾性モデル $R_{ex}:0.00$ はねじれが生じないため、値がゼロとなっている。なお、各パラメータの算出に必要な部材剛性は、部材応答の原点から各ステップに対する割線剛性にに基づき評価した。

弾塑性モデル $R_{ex}:0.20$ の結果に着目し、詳細な検討を行う。図-7に剛・柔構面のせん断力(Q) - R_{story} 関係および θ - R_{story} 関係を示す。このとき、剛性が大きいType Bの構面を剛構面、剛性が小さいType Aの構面を柔構面とする。図中には、各構面におけるイベントの発生点も併せてプロットしている。両グラフを対応させると、各構面のイベントの発生をきっかけにねじれ角の増加量が変化していることがわかる。図-8に(a)剛心位置変化の算定結果、(b)剛・柔構面の水平剛性(K_r, K_f)およびねじり剛性(K_R) - R_{story} 関係を示す。まず、(a)に着目すると、加力の進行に伴い、剛心が重心に近づく挙動を示している。これは、部材が塑性化したことで構面間の剛性比が変化したためである。(b)より、 R_{story} の増大に伴って K_r, K_f は低下していくが、 K_R も共に低下していく。これは、骨組のねじり剛性が各柱の水平剛性によって表現されるためである。(a)、(b)より得られた(c) e_y および r_{ex} - R_{story} 関係を示す。図-6(b)でも示したように、 R_{story} の増大に伴

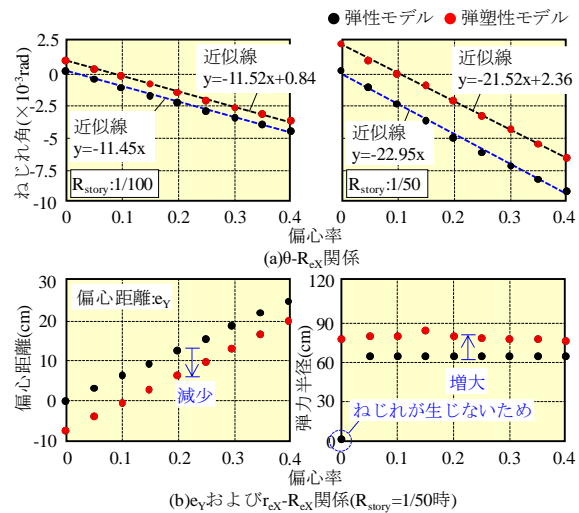


図-6 $\theta - R_{ex}$ 関係および $e_y, r_{ex} - R_{ex}$ 関係 ($R_{story}=1/50$)

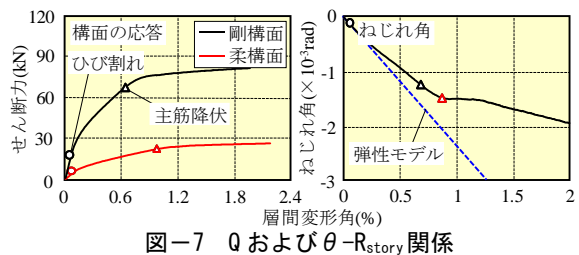


図-7 Q および $\theta - R_{story}$ 関係

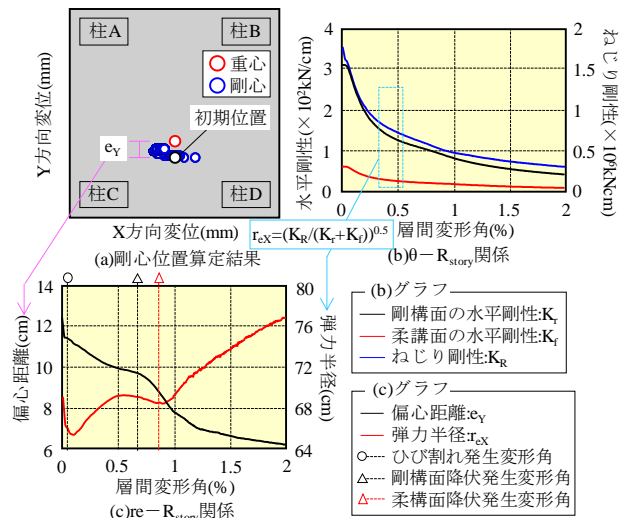


図-8 ねじれ性状の変化

って e_y は減少し、 r_{ex} は増大するが、両パラメータとも各イベントの発生をきっかけにその値が逐次変化していることがわかる。つまり、塑性域におけるねじれ応答の変化を捉えるためには、各イベントの発生による各パラメータの変動を評価することが重要である。

5. 非線形領域を考慮したねじれ応答評価

5.1 変位・耐力曲線の作成

横川は、地震動の二方向入力時における部材応答を評価するためのツールとして変位・耐力曲線を構築している³⁾。変位・耐力曲線は、X、Y平面上の任意の変位方向に対する部材のひび割れおよび降伏時のせん断力(Q)および変位(δ)を評価することができるため、骨組のねじれ

応答下における柱の復元力特性を得るためのツールに適している。図-9 に変位・耐力曲線の作成方法を示す。柱単体のモデルに対し、加力方向を15°刻みに変化させ、部材角 R=1/50 まで強制変位を与える。このとき①弾性限界、②降伏時の Q および δ をそれぞれ X-Y 平面上に整理したものを、変位・耐力曲線として定義する。

5.2 ねじれ応答評価計算例

図-10 に非線形領域を考慮したねじれ応答を評価するためのアルゴリズムを提示する。また、計算例を示し、本評価法の流れについて簡潔に説明する。評価対象には、4 章で構築した $R_{ex}:0.20$ のモデルを用いる。仮定条件として、床スラブは剛とし、回転は反時計回りを正とする。なお、以下に示す一連の計算例は、ひび割れ発生時におけるねじれ応答の変化を評価したものである。

- (1) 現行規定に則り、弾性剛性に基づいた偏心距離 e_y 、弾力半径 r_{ex} 、偏心率 R_{ex} を計算する。

$$e_y=124.6(\text{mm}), r_{ex}=622.7(\text{mm}), R_{ex}=0.20$$

- (2) 目標とする重心の層間変形 δ_{aim} を設定する。

$$\delta_{aim}=18.48(\text{mm})(R_{story}=1/50)$$

- (3) 各部材の変位 $(\delta_x-\delta_y)$ ・耐力 (Q_x-Q_y) 曲線を作成する。

- (4) 作成した変位・耐力曲線に基づき、各部材の復元力特性 $(Q_x-\delta_x)$ および $(Q_y-\delta_y)$ を構築する(図-11)。このとき、各柱の変形方向は次式より求められる。

$$\text{Type A}; \delta_x:\delta_y=(1+R_{ex}^2 \cdot L_{Y1}/e_y)/(R_{ex}^2 \cdot L_X/e_y):1=7.9:1 \quad (1)$$

$$\text{Type B}; \delta_x:\delta_y=(1-R_{ex}^2 \cdot L_{Y2}/e_y)/(R_{ex}^2 \cdot L_X/e_y):1=5.9:1 \quad (2)$$

- (5) ひび割れ強度到達時における骨組の剛心の水平変形量 $\delta_{C.R}$ を計算する。また本手法では、全ての柱にひび割れが発生した時点をも骨組のひび割れ発生点とする。

$$\text{Type A}(X \text{ 方向}); \delta_{x1}(1+R_{ex}^2 \cdot L_{Y1}/e_y)=0.72(\text{mm}) \quad (3)$$

$$\text{Type B}(X \text{ 方向}); \delta_{x2}(1-R_{ex}^2 \cdot L_{Y2}/e_y)=0.55(\text{mm}) \quad (4)$$

$$\text{Type A, B}(Y \text{ 方向}); \delta_y \cdot R_{ex}^2 \cdot L_X/e_y=0.09(\text{mm}) \quad (5)$$

$$\delta_{C.R}=\max(\delta_{x1}, \delta_{x2}, \delta_y)=0.58(\text{mm}) \quad (6)$$

- (6) 各部材の水平変形 δ を計算する。

$$\text{Type A}(X \text{ 方向}); \delta_{x2}=\delta_{C.R}(1+R_{ex}^2 \cdot L_{Y1}/e_y)=0.74(\text{mm}) \quad (7)$$

$$\text{Type B}(X \text{ 方向}); \delta_{x1}=\delta_{C.R}(1-R_{ex}^2 \cdot L_{Y2}/e_y)=0.55(\text{mm}) \quad (8)$$

$$\text{Type A, B}(Y \text{ 方向}); \delta_y=\delta_{C.R} \cdot R_{ex}^2 \cdot L_X/e_y=0.09(\text{mm}) \quad (9)$$

- (7) (4) で構築した復元力特性より、各部材の水平剛性 K_X 、 K_Y を割線剛性に基づいて決定する。

$$\text{Type A}; K_X=Q_{crx}/\delta_{crx}=3.28(\text{kN/mm}) \quad (10)$$

$$K_Y=Q_{cry}/\delta_{cry}=3.25(\text{kN/mm}) \quad (11)$$

$$\text{Type B}; K_X=15.45(\text{kN/mm}), K_Y=15.18(\text{kN/mm})$$

- (8) 評価した水平剛性より、剛心の座標を計算する。

$$X \text{ 座標}; l_x=\sum(K_Y \cdot X)/\sum K_Y=0.0 \quad (12)$$

$$Y \text{ 座標}; l_y=\sum(K_X \cdot Y)/\sum K_X=-324.9 \quad (13)$$

$$C.R(l_x, l_y)=(0.0, -324.9) \quad (14)$$

- (9) 各偏心パラメータを計算する(現行規定に則る)。

$$e_y=114.4(\text{mm}), r_{ex}=624.8(\text{mm}), R_{ex}=0.18$$

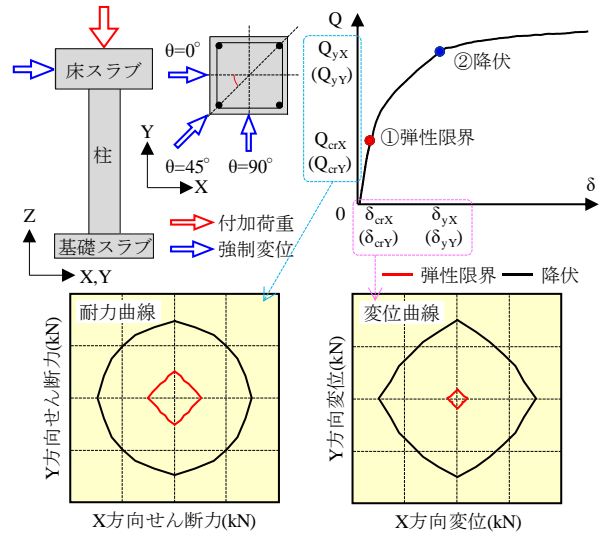
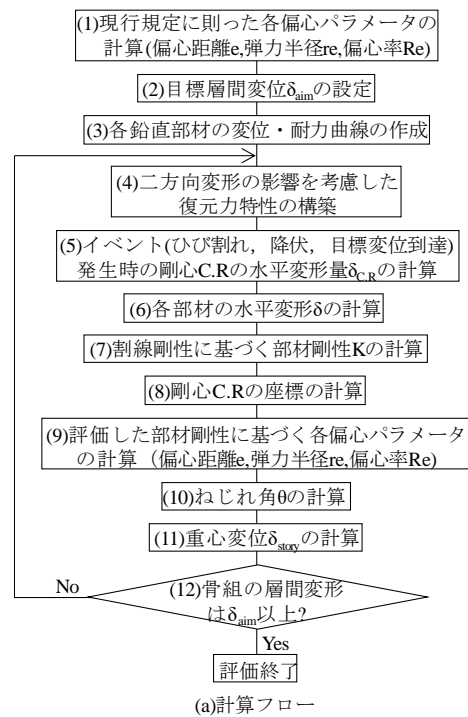
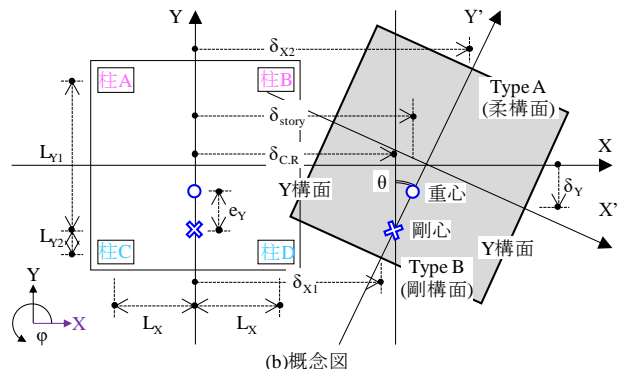


図-9 変位・耐力曲線の作成方法



(a)計算フロー



(b)概念図

図-10 ねじれ応答評価のフロー

- (10) ねじれ角 θ を計算する。

$$\theta=(R_{ex}^2 \cdot \delta_{C.M})/e_y=0.17(\times 10^{-3}\text{rad}) \quad (15)$$

重心、剛心の位置関係より、 $-0.17(\times 10^{-3}\text{rad})$ となる。

- (11) 重心変位 δ_{story} を計算する。

$$\delta_{story}=\delta_{C.R}+e_y \cdot \theta=0.60(\text{mm}) \quad (16)$$

(12) δ_{story} が δ_{aim} に到達していなければステップ 4 に進み、ステップ 4～10 を繰り返す。 δ_{aim} に到達しているならば、計算を終了する。

図-12(a)に算定した R_{ex} および $\theta-R_{story}$ 関係を示す。評価結果は解析結果を若干過大評価しているものの、概ね対応している。今回の評価では、 K_R の算出にあたって柱自身のねじり剛性を考慮していない。骨組のねじれ抵抗機構は、柱の水平剛性によるねじり抵抗と柱のねじり抵抗の和によって表現されることがわかっている²⁾。つまり、 K_R が小さくなったことで r_{ex} が過小評価となり、 θ が増大したと考えられる。(b)に柱のねじり剛性を考慮した場合の評価結果を示す。このとき、柱のねじり剛性は解析より求めた。評価結果は解析結果と良好に対応しており、柱のねじり剛性を考慮することで、より精度の高い評価が可能であることがわかる。しかし、柱のねじり剛性を数値解析以外の方法で求めるのは現状困難である。本評価法は実務での使用を想定して作成したものであり、柱のねじり剛性を考慮しなくても骨組の応答の傾向を概ね評価でき、その評価結果が安全側となることを考慮すると、設計での使用を目的とした評価法として、本手法は有効だと考えられる。

6 変位・耐力曲線の一般化

前章では、柱単体の FEM 解析より構築した変位・耐力曲線を用いて応答評価を行った。しかし、実務で用いる場合は、一般化したものであることが望ましい。本章では、柱モデルを用いたパラメトリック解析を通じて、変位・耐力曲線の一般化を試みる。なお、今回対象とするのは、正方形断面を有する曲げ破壊先行型の柱とする。

6.1 変位・耐力曲線の一般化

変位・耐力曲線の作成方法は 5.1 節に倣う。表-3 に変化するパラメータとその値を示す。パラメータには、RC 規準¹⁾における柱のひび割れ強度および曲げ終局強度の算定式より、それらに影響を及ぼす因子を選定した。これらのパラメータをそれぞれ変化させることで、パラメータの変動が変位・耐力曲線の形状に与える影響を検証する。なお、構築した解析モデルの数は 34 体である。

図-13 に各解析結果および一般式を示す。解析結果は加力方向 0°における X 方向の Q および δ によって各値を基準化したものである。曲線ごとに形状が概ね統一されており、パラメータの変動による影響はほとんどないことがわかる。一般式は解析結果を包絡するように決定し、図中の式は各曲線の第 1 象限を表現するものである。

6.2 一般化した変位・耐力曲線によるねじれ応答評価

図-14 に一般化した変位・耐力曲線の使用方法を示す。対象とする柱部材の X 方向の復元力特性を作成し、この

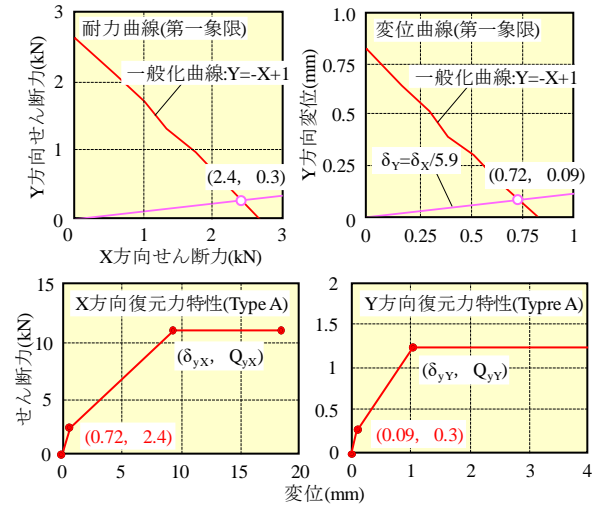


図-11 復元力特性構築例 (Type A)

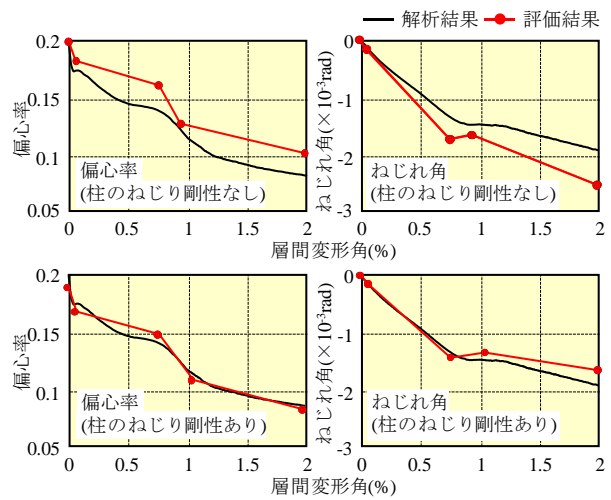


図-12 ねじれ評価結果

表-3 解析パラメータ

コンクリート強度 (N/mm ²)	鉄筋強度 (N/mm ²)	引張鉄筋比 (%)	柱幅 × 柱せい (mm × mm)	柱高さ (mm)	軸力比
18	295	0.41	100 × 100	924	0.1
~27	345	~2.53	~700 × 700	~3000	~0.3

ときのひび割れ強度および曲げ終局強度時における Q および δ をそれぞれの一般式に代入することで、対象部材の変位・耐力曲線を作成する。このとき、復元力特性のひび割れ強度および曲げ終局強度が変位・耐力曲線における弾性限界および降伏にそれぞれ対応する。なお、復元力特性は、RC 規準¹⁾の式より作成した。

図-15 に構築した変位・耐力曲線を用いて、ねじれ応答の評価を行った結果を示す。なお、この結果は柱のねじり剛性を考慮して算定したものである。評価結果は解析結果と良好に対応しており、本評価法における一般化した変位・耐力曲線の有効性を確認した。しかし、実建物では、短柱や壁といったせん断破壊型の部材も混在する。そのため、これら部材を対象とした変位・耐力曲線の一般化およびそれによって構成された構造物に対する評価手法の適用性の確認が今後の課題である。

7.まとめ

溝口らの実験を対象に三次元非線形 FEM 解析を実施し、部材の塑性化が骨組のねじれ性状に及ぼす影響について把握した。また、非線形ねじれ応答を評価するためのアルゴリズムを構築し、FEM 解析結果と評価結果との比較を行うことで以下の知見を得た。

- (1)各イベントの発生による偏心距離および弾力半径の変動を捉えることで、塑性域における骨組のねじれ性状の変化を評価することができる。
- (2)提案したアルゴリズムによる評価結果は、解析結果を良好に対応し、本手法を用いることで非線形ねじれ応答が評価できることを確認した。多スパン骨組およびせん断破壊型部材が混在する骨組への適用性の確認が今後の課題である。
- (3)骨組のねじれ応答下における柱の復元力特性を得るためのツールとして、一般化した変位・耐力曲線が有効であることを確認した。今後は、長方形断面を有する曲げ破壊先行型の柱およびせん断破壊先行型部材対象とした変位・耐力曲線の一般化を実施する。

謝辞

研究の遂行にあたり、日本大学白井申明名誉教授より多くのご助言を戴きました。また、本研究は溝口光男らによる既往の実験結果を参考にさせて戴きました。ここに謝意を表します。

参考文献

- 1) 安達一喜, 他:非弾性ねじれ挙動を考慮した偏心 RC 構造物の耐震性能評価に関する研究(その 2), 日本建築学会大会学術講演会梗概集, pp. 35-36, 2010. 10
- 2) 河野圭一郎, 他:三次元非線形 FEM 解析に基づく偏心 RC 造骨組のねじれ抵抗機構の考察, コンクリート工学年次論文集, pp. 523-528, 2017. 7
- 3) 横川匠, 他:偏心を有する RC 造骨組の耐力割増し方法が耐震性能及びねじれ挙動に及ぼす影響(その 2), 日本建築学会大会学術講演会梗概集, pp. 483-484, 2013. 8
- 4) 溝口光男, 他:鉄筋コンクリート造偏心骨組のオンライン振れ応答実験, 室蘭工業大学研究報告. 理工編, pp.77-89, 1986. 11
- 5) 長沼一洋:三軸圧縮下のコンクリートの応力～ひずみ関係, 日本建築学会構造系論文集, 第 474 号, pp. 163-170, 1995. 8
- 6) 出雲淳一, 他:面内力を受ける鉄筋コンクリート板要素の解析モデル, コンクリート工学論文, No. 87. 9-1, pp. 107-120, 1987. 9
- 7) 土木学会:コンクリート標準示方書 設計編, 2012

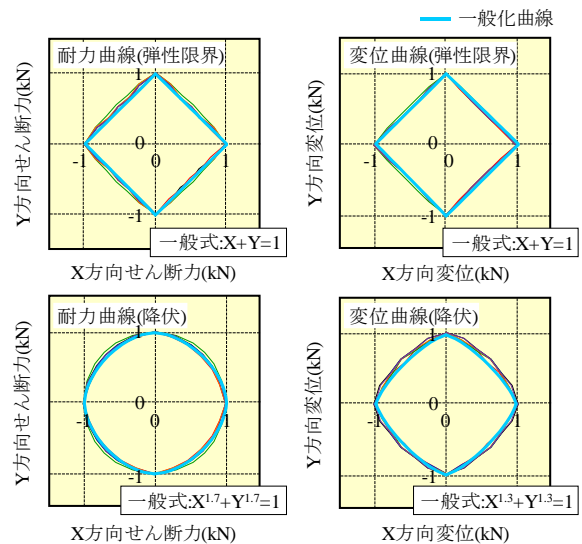


図-13 解析結果および一般化

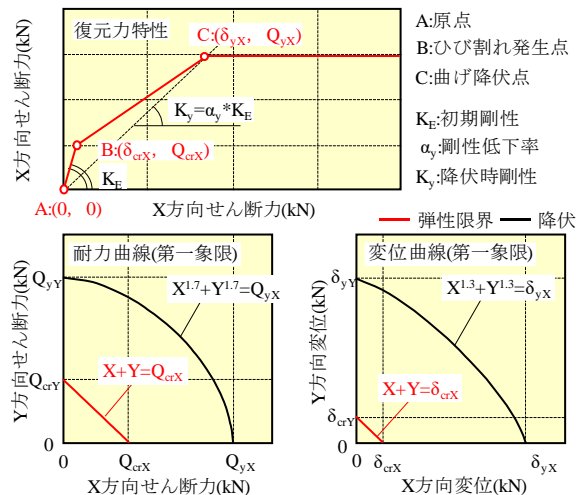


図-14 一般化した変位・耐力曲線の使用法

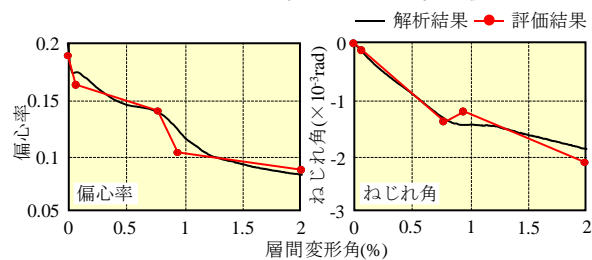


図-15 ねじれ評価結果

- 8) 長沼一洋:鉄筋コンクリート壁状構造物の非線形解析手法に関する研究(その 1), 日本建築学会構造系論文報告集, 第 421 号, pp. 39-48, 1991. 3
- 9) Ciampi, V, et al.:Analytical Model for Concrete Anchorages of Reinforcing Bars Under Generalized Excitations, Report No. UCB/EERC-82/23, Univ. of California, Berkeley, Nov., 1982
- 10) 三島徹也, 他:鉄筋コンクリート離散ひび割れを構成する材料モデルの開発, 土木学会論文集(442), 171-179, 1992
- 11) 日本建築学会, 鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説, 1999