# 論文 水銀圧入試験の結果を利用したセメント硬化体の水分特性曲線と不 飽和透水係数の評価

内海 秀幸\*1·菅 洋志\*2

要旨:セメント硬化体内部における水分の状態は一般的に不飽和状態である。不飽和状態では一定にすべき 水分フラックスの制御と測定が困難であることから実験的に直接,透水係数を把握することはできない。し かし,水分特性曲線と称されるマトリックポテンシャル(毛管圧)と飽和度の関係を利用することで理論的に 不飽和透水係数を評価できる枠組みが整理されている。本研究では,水銀圧入試験の結果を利用してセメン ト硬化体の水分特性曲線を評価する方法を提案するとともに,その水分特性曲線を用いて VG - Mualem の連 結モデルによる不飽和透水係数を評価するための一連のスキームを示した。

キーワード:不飽和透水係数,水分特性曲線,硬化セメントペースト,VGモデル, Mualem モデル

1. はじめに

透水係数はセメント硬化体の水密性を定量的に評価 するための主要な指標であり,耐久性に関しても密接な 関連性を有する物性値である。一般的に透水係数は,水 分フラクッスを一定に制御した状況において流量を計測 する実験により評価される。しかし,不飽和状態では, 一定にすべき水分フラックスの制御と測定が不可能であ ることから直接的に透水係数を把握することはできない。 そのため,今日,不飽和状態での透水係数を評価するた めの方法としては,以下のような段階的な取り組みによ り評価する方法が存在する。

まず,飽和度(含水率)と試料が有する水分の吸水能力 の関係である水分特性曲線(Water retention curve)を求め る<sup>1)</sup>。この水分特性曲線における吸水能力はマトリック ポテンシャルと称され,その次元は「圧力」または「水 頭」で表現され毛管圧(Capillary pressure)に相当する。水 分特性曲線は飽和度の空間勾配を駆動力とした水分の移 動現象を間接的に表現しており,マトリックポテンシャ ルを飽和度で積分することにより,所定の飽和度ごとの 透水係数,すなわち,不飽和透水係数が評価される。

飽和度とマトリックポテンシャルの関係である水分 特性曲線に対する積分が不飽和透水係数の評価につなが ることから,実験データとして得られた水分特性曲線は 数理モデルを用いてフィッティングすることにより所定 の関数形式として取り扱うと便利であり,今日,様々な モデルが提案されている<sup>2),3),4)</sup>。このような,水分特性曲 線ならびに不飽和透水係数に関する一連の評価手法は, 主に土壌学の分野において発展してきた。

一方,セメント硬化体を対象とした場合,その構造が 緻密であることから,透水係数はもとより水分特性曲線 を評価するのには高圧下での実験が必要となり,また, 計測に必要となる時間も長いことから<sup>5)</sup>,今日において もセメント硬化体に対する水分特性曲線や不飽和透水係 数に関する報告は多いとは言えない。

そこで、本研究ではセメント硬化体の水分特性曲線な らびに不飽和透水係数を評価するための新たなスキーム として,水銀圧入試験の結果を利用する方法を提案する ものである。水銀圧入試験から直接得られる実験データ は、水銀の圧入圧力とそれにともなって空隙内に浸入す る水銀量であり、この水銀圧入試験における圧入圧力は ヤングーラプラスの式における毛管圧に相当し(式(3)参 照),水分特性曲線におけるマトリックポテンシャルと等 価である。このような知見に基づいて, 著者の一人は, 既往の研究において水銀圧入試験の結果を水分の保水状 態を表現する吸着等温線に変換する方法を提案しており <sup>6),7),8)</sup>,本研究では、その研究成果を活用して水銀圧入試 験の結果を水分特性曲線に変換する方法を提案する。さ らに、水銀圧入試験の結果より評価された水分特性曲線 の関数化ならびに不飽和透水係数の評価には、Mualem の不飽和透水係数評価モデル<sup>9)</sup>に対する代表的な連結モ デル<sup>1)</sup>である van Genuchten<sup>2)</sup>モデル (以下 VG モデルと称 する)の適用を試み、硬化セメントペースト、モルタル に対する VG - Mualem の連結モデルを用いた不飽和透 水係数を評価するための一連のスキームを示した。

# 水銀圧入試験の結果を水分特性曲線に変換するための理論

著者は既往の研究で、水銀圧入試験の結果を水分基準 の吸着等温線に変換する方法を含め<sup>6),7)</sup>,粘性土にする 水銀圧入試験の結果を水分特性曲線に変換する方法<sup>8)</sup>を 示しており、ここでは、それらの既往の成果を踏まえ、 水銀圧入試験の結果を水分特性曲線に変換するための基

\*1 千葉工業大学 創造工学部 都市環境工学科教授 工博 (正会員) \*2 千葉工業大学 工学部 機械電子創成工学科准教授 工博 (非会員) 本的な定式化に関するフレームを説明する。

図-1 に水銀圧入試験においてセメント硬化体の空隙 に水銀が圧入されている状況,ならびに,所定の温度, 相対湿度の環境条件下においてセメント硬化体内部に水 分が保水される状況を想定した解析モデルを示す。図-1において, *A* は界面の面積を意味し,それぞれに対す る添字 *sg* は固相と蒸気相の界面,*lg* は凝縮相と蒸気相の 界面,*sl* は固相と凝縮相の界面を意味する。また,*θ*<sub>w</sub>と *θ*<sub>m</sub>はそれぞれ水と水銀の接触角である。

図-1 における,水銀ならびに水分に対する自由エネ ルギーを表現する熱力学状態方程式はそれぞれ次式のよ うに表される<sup>0,7)</sup>。

$$\Phi_m (A_{\rm lg} - A_{\rm sl} \cos \theta_m) = P_m V_m \tag{1}$$

$$\Phi_{w}(A_{\rm lg} + A_{\rm sg}\cos\theta_{w}) = -\frac{RT\ln(h)}{v_{w}}V_{w}$$
(2)

ここで、 $P_m \ge V_m$ は水銀圧入試験より得られる結果に 対応した水銀の圧入圧力 $[N/m^2]$ と水銀浸入量 $[m^3/g]$ であ り、 $\Phi_m$ は水銀の表面エネルギー $[J/m^2]$ 、また、Rはガス 定数 $[J/(mol \cdot K)]$ 、Tは温度[K]、 $v_w$ は水の比容積 $[mol/m^3]$ である。また、hは $h = P_v/P_{sat}$ で計算される相対湿度 $(P_v:$ 水蒸気圧 $[N/m^2]$ 、 $P_{sat}$ :飽和水蒸気圧 $[N/m^2]$ )、 $V_w$ はセメ ント硬化体内部に吸着して存在する水分量 $[m^3/g]$ 、 $\Phi_w$ は 水の表面エネルギー $[J/m^2]$ である。

式(2)における右辺項を

$$-\frac{RT\ln(h)}{v_w} = \rho_w g h_c = P_{cw}$$
(3)

で表現されるヤング-ラプラスの式を用いれば,次式の ように表される。

$$\Phi_w(A_{lg} + A_{sg}\cos\theta_w) = \rho_w gh_c V_w = P_{cw}V_w$$
(4)

ここで、 $P_{cw}$ は毛管圧[N/m<sup>2</sup>]、 $\rho_w$ は水の密度[kg/m<sup>3</sup>]、 $h_c$ は水頭[m]であり、毛管圧  $P_{cw}$ は水分特性曲線を表現する マトリックポテンシャルに相当する。また、式(1)、(4) の左辺項( $A_{lg}-A_{sl}\cos\theta_m$ )と( $A_{lg}+A_{sg}\cos\theta_w$ )は既報において定 義した有効比表面積<sup>6,7)</sup>である。

ここで、 $V_0$ を試料の全空隙 $[m^3/g]$ として、空隙内における水銀の体積 $V_m$ と水の体積 $V_w$ 、また、水銀の接触角  $\theta_m$ と水の接触角度 $\theta_w$ の間に次の関係を仮定する。

$$V_m + V_w = V_0 \tag{5}$$

$$\theta_m + \theta_w = \pi \tag{6}$$

上式(5)と(6)が成立する場合,式(1),式(4)の有効比表 面積は次式のように等価であると考えられる<sup>6,7),8)</sup>。

$$(A_{\rm lg} - A_{sl}\cos\theta_m) = (A_{\rm lg} + A_{sg}\cos\theta_w) \tag{7}$$

式(1)と式(4)を式(7)ならびに式(5)の関係を考慮して統合すると、毛管圧  $P_{cv}(マトリックポテンシャル)を次式のように表現することができる。$ 

$$P_{cw} = \rho_{w}gh_{c} = \frac{\Phi_{m}}{\Phi_{w}}\frac{V_{m}}{V_{w}}p_{m}$$

$$= \frac{\Phi_{m}}{\Phi_{w}}\frac{V_{m}}{V_{0} - V_{m}}p_{m}$$
(8)

すなわち、式(8)における毛管圧  $P_{cw}(マトリックポテン$  $シャル)をy軸に、x軸には式(5)の関係より水分量 <math>V_w$ に 相当する  $V_0 - V_m$ を描画することにより水銀圧入試験の 結果を水分特性曲線として表現することができる。

図-2に W/C=60[%]の硬化セメントペーストに対する 水銀圧入試験の結果,また,図-3には図-2の結果を 式(8)により水分特性曲線に変換した結果を示す。図-3 における P<sub>cw</sub>は圧力の次元で表現されたマトリックポテ ンシャルである(式(3)参照)。

本研究では 400 [MPa]まで加圧可能な水銀圧入試験機 を用いており, 圧入圧力が 400[MPa]でマトリックポテン シャルのレベルとしては概ね 10<sup>8</sup>[kPa]に相当することと なる。

ー般的な土壌に対して用いられる,吸引法や加圧法に よる計測可能なマトリックポテンシャルのレベルは,吸 引法では最大で 50[kPa]程度,加圧法でも 10<sup>3</sup>[kPa]のオー ダーであり,水銀圧入試験を利用した場合,それらに比 較してより幅広く,高圧にいたる範囲の水分特性曲線の 評価が可能となる。



図-1 水銀圧入試験により空隙に水銀が圧入される状況,なら びに,所定の環境条件においてセメント硬化体内部に水分が保 水される状況を想定したモデル

また,水銀圧入試験にかかる時間は圧入過程と減圧過 程を含めても1時間程度であり,一般的に数日を要する 既往の方法<sup>1)</sup>に比較して極めて計測時間も短い。

## 水分特性曲線の VG モデルによる関数化と Mualem の不飽和透水係数モデル

既往の研究において,水分特性曲線については各種の 数理モデルが提案されており,本研究では,水銀圧入試 験から得られた結果を水分特性曲線として表現した後, その結果を次式の VG モデル<sup>2)</sup>によりフィッティングを 試みる。

$$S_e = \left[1 + \left|\alpha \ h_c\right|^n\right]^{-m} \tag{9}$$

ここで、 $h_c$  は式(3)で用いた水頭[m]であり、マトリッ クポテンシャルと等価である。 $S_e$  は飽和度[-]であり、土 壌学の分野では残留水分量(residual water content)を用い て定義する場合が多いが、本研究における飽和度  $S_e$ につ いては式(5)を用いて次式のよう取り扱う。

$$S_e = \frac{V_w}{V_0} = \frac{V_0 - V_m}{V_0}$$
(10)

また, a [m<sup>-1</sup>]ならびに n[-]は水分特性曲線の形状を与 えるパラメータであり, m は次式で与えられる。

$$m = 1 - \frac{1}{n} \tag{11}$$

この VG モデル(式(9))は,滑らかな関数であり,多様 な水分特性曲線に適合するための自由度が高く,今日, 最も広く用いられている水分特性曲線モデルと位置付け られている。







なお、式(9)を水頭 $h_c$ を基準として表現した場合は次式のように表される。

$$h_c = \frac{1}{\alpha} \exp\left[\frac{1}{n} \ln\left[\exp(-\frac{1}{m} \ln(S_e)) - 1\right]\right]$$
(12)

Mualem モデル<sup>9</sup>の不飽和透水係数推定モデルは次式 のように表される。

$$K(S_{e}) = K_{sat}S_{e}^{l} \left[ \int_{0}^{S_{e}} \frac{1}{h(S_{e})} dS_{e} / \int_{0}^{1} \frac{1}{h(S_{e})} dS_{e} \right]^{2} (13)$$

ここで, *K* は不飽和透水係数[m/sec], *K*<sub>sat</sub> は飽和状 態での透水係数[m/sec]であり, *l* は一般的に *l*=0.5 が用い られる<sup>9</sup>。上式(13)の不飽和透水係数モデルに,式(9)の VG モデルを導入した場合, 解析的な積分が可能であり, 不飽和透水係数が次式のように導出される。

$$K(S_e) = K_{sat} S_e^l \left[ 1 - (1 - S_e^{1/m})^m \right]^2$$
(14)

このように、VG モデルと Mualem モデルは水分特性 曲線と不飽和透水係数を共通のパラメータを用いて表現 できる「連結モデル」である。

図-4 と図-5 に式(9)の VG モデルにより表現される 水分特性曲線と、式(14)により表現される不飽和透水係 数比( $K/K_{sat}$ )の計算例を示した。ここでは、 $\alpha$ [m<sup>-1</sup>]を一定 として、n[-]の値を変化させた場合を表現している。

ー般的に対象とする材料が緻密になるほどnの値は低下する傾向を示すこととなり、粘性土においてn=1.3[-]程度、砂質地盤ではn=2.6[-]程度であることが知られている。また、 $\alpha$ [m<sup>-1</sup>]については、対象とする試料の構造が緻密になるほど小さな値となる傾向にあることが知られている。

#### 4. 実験と実験結果より推定した水分特性曲線

#### 4.1 試料と水銀圧入試験

試料には,100日間20℃の水中養生を施した硬化セメ ントペースト(W/C=30,40,50,60%),50日間20℃の水中 養生を施したモルタル(W/C=40,50%;セメントペースト と細骨材の質量比は1:2)を用いた。

各試料に用いたセメントの種類はすべて普通ポルト ランドセメントである。水銀圧入試験は 0.1~400[kPa]の 低圧レンジと 0.1~400[MPa]の高圧レンジでの試験を引 き続き行い,それぞれのデータを結合させた。

試料の前処理は、自由水の蒸発が終了して恒量となる まで105℃の炉乾燥を施した。なお、各試料ともに4[mm] のふるいをとおり 2.8[mm]のふるいに残ったものを使用 し、試験に用いる試料の初期質量は、硬化セメントペー ストでは 1[g]程度、モルタルについては 2.5[g]程度を目 処とした。

#### 4.2 実験結果より推定した水分特性曲線

図-6に硬化セメントペースト(W/C=30, 40, 50, 60%) に対する,水銀圧入試験の結果(圧入圧力と水銀浸入量の 関係)と,その結果に基づいて推定された水分特性曲線 (図中赤の実線),さらに,その水分特性曲線を VG モデ ルによるフィッティングした結果(図中青のサークル)を 示す。また,図-7には図-6と同様にモルタルに対す る結果を示した。なお、VG モデルは材料中の毛管水を 対象としたモデルであるため、本研究では毛管水の存在 が想定される飽和度(V<sub>w</sub>/V<sub>0</sub>)が 1.0~0.5 の範囲を対象と して最小二乗法によりフィッティングしている。

先ず,図-6 ならびに図-7 における,水銀圧入試験 の結果である圧入圧力と水銀浸入量の関係に着目しよう。 各結果ともに,圧入圧力の増加にともなって水銀浸入量 の関係は双曲線関数のような傾向を示し,水セメント比 の増加にともなって,水銀浸入量が増加する傾向が把握 できる。

次に,水銀圧入試験より推定した水分特性曲線ならび に VG モデルによりフィッティングした結果(図中青の サークル)に着目する。









前述したとおり,今回,フィッティングに際しては, 飽和度( $V_w/V_0$ )が1.0~0.5の範囲を対象としているが,硬 化セメントペースト(図-6)なならびにモルタル(図-7) ともに,VGモデルによりフィッティングした結果は, おおむね,飽和度( $V_w/V_0$ )が1.0~0.2の範囲で,水銀圧入 試験から評価した水分特性曲線の基本的な傾向を概ね適 切に表現できていることがわかる。

なお、VG モデルにおける、パラメータ n の値は、 W/C=30%の硬化セメントペーストを除く、すべてのケー スにおいて1.25程度であり、また、 $\alpha$ は $10^{-2}$ [m<sup>-1</sup>]( $10^{-4}$ [cm<sup>-1</sup>]) のオーダーとなった(**表**-1,2参照)。

#### 4.3 不飽和透水係数

図-8にVGモデルによりフィッティングした結果(表 -1,2)を式(14)の Mualem の不飽和透水係数モデルに導 入することにより評価された結果を示す。

VG モデルは Mualem の不飽和透水係数評価モデルに 対して連結モデルであることから, 表-1,2 で示すパラ メータの情報のみで図-8 に示すような飽和度と不飽和 透水係数の関係を表現することできる(式(14)参照)。

すなわち,このような連結モデルの利用を前提とした 場合,水分特性曲線モデルに含まれるパラメータが定ま れば,直ちに不飽和透水係数を計算できることとなる。

なお、図-8 において縦軸は対数であり無次元化された不飽和透水係数比 *K*/*K*<sub>sat</sub>として表現している。

図-8より,水セメント比 30%を除く,その他の結果 はほぼ同じ傾向を示すものとなった。各結果とも、飽和 度( $V_w/V_0$ )が 0.9 で不飽和透水係数比  $K/K_{sat}$ は 0.1 以下とな っており,また,飽和度( $V_w/V_0$ )が 1.0~0.5 の範囲で,不 飽和透水係数比  $K/K_{sat}$ は概ね 10<sup>4</sup>のオーダーで変化して いることがわかる。

表-1 VG モデルへのフィッティング結果

(硬化セメントペースト W/C=60~30)		
W/C	$\alpha$ [m <sup>-1</sup> ]	n
60	4.237E-02	1.267
50	4.300E-02	1.251
40	3.482E-02	1.266
30	2.083E-02	1.354

m=1-1/n

表-2 VG モデルへのフィッティング結果

(モルタル W/C=50, 40)		
W/C	$\alpha$ [m <sup>-1</sup> ]	n
50	3.577E-02	1.251
40	2.726E-02	1.266

\**m*=1-1/*n* 



図-6 水銀圧入試験の結果より評価した水分特性曲線とVGモデルによるフィッティング(硬化セメントペーストW/C=60~30[%])



図-7 水銀圧入試験の結果より評価した水分特性曲線と VG モデルによるフィッティング(モルタル W/C=40, 50[%])

コンクリートを対象とした不飽和透水係数の評価に おいても<sup>10)</sup>,飽和度( $V_w/V_0$ )が 1.0~0.2 程度の範囲で, W/C=30%では 10<sup>-7</sup>, W/C=50 および W/C=70%で 10<sup>-5</sup>のオ ーダーで不飽和透水係数の値が変化しており,不飽和透 水係数が飽和度( $V_w/V_0$ )に対して極めて鋭敏なパラメー タであることがわかる。

#### 5. 考察

既往の研究において、セメント硬化体を対象とした水 分特性曲線を把握する取り組みとしては、Sébastien et al<sup>11)</sup>, Poyet<sup>12)</sup>, Zhou<sup>13)</sup>の研究があげられるが、これらの 取り組みにおいても、従来、土壌で用いられてきた吸引 法や加圧法では緻密なセメント硬化体に対しての適用が 困難であることから、平衡蒸気圧と水分吸着量の関係で ある吸着等温線の結果を利用して水分特性曲線を評価す る取り組みとなっている。しかしながら,吸着等温線の 計測は,水分の吸着を対象とした場合,数週間にわたる オーダーの非常に長い計測が必要となる場合が多い。

Sébastien et al が報告している VG モデルでの n[-]の値 は、モルタルで 1.2 程度と本研究で得られたモルタル、 硬化セメントペーストの n の値(1.25 程度)とほぼ一致し ている。一方、 a[m<sup>-1</sup>]については、本研究では 10<sup>-2</sup>[m<sup>-1</sup>] のオーダーとして得られているが、Sébastien et al の結果 では 10<sup>-4</sup>[m<sup>-1</sup>]のオーダーであり、一方、Zhou モデルで表 現されている水分特性曲線における a[m<sup>-1</sup>]の値は概ね 10[m<sup>-1</sup>]のオーダーとなっており、水分特性曲線を評価す るための、基本となるデータの取得方法(実験方法)やデ ータを水分特性曲線として表現するための理論に応じて 現段階では比較的大きい差が生じている状況にある。今 後の課題としては、水分特性曲線から推定される結果と、 実験的に把握される水分の移動現象との相互検証が特に 必要であろう。

### 6. まとめ

本研究では、水銀圧入試験の結果を利用してセメント 硬化体の水分特性曲線を評価する方法を提案するととも に、その水分特性曲線を用いて VG - Mualemの連結モデ ルによる不飽和透水係数を評価するための一連のスキー ムを示した。硬化セメントペースト(W/C=30,40,50,60%), モルタル(W/C=40,50%)を対象として実施した水銀圧入 試験より評価した水分特性曲線に対して、VGモデルは、 飽和度(*V*<sub>w</sub>/*V*<sub>0</sub>)が 1.0~0.2 程度の範囲において概ね適切に その傾向を表現できることが確認された。



図-8 飽和度と無次元化された不飽和透水係

参考文献

- 坂井勝ら:水分保持曲線と不飽和透水係数の水分 移動特性モデル,土壌の物理性, Vol. 111, pp. 61-73, 2009.3
- van Genuchten, M. TH. : A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils, Soil Sci. Soc. Am. J., Vol. 44, No. 50, pp. 892-898, Sep. 1980
- Brooks, R. H., and Corey, A.T. : Properties of porous media affecting fluid flow, Journal of the Irrigation and Drainage Division, Vol. 92, pp. 61-88, 1964
- Kosugi, K. : Three-parameter lognormal distribution model for soil water retention. Water Resources Res., Vol. 30, pp. 891-901, Apr. 1994
- 5) 畠山正則ら: 連続加圧方式による保水性試験装置 の開発,応用地質技術年報, Vol. 34, pp. 23-54, 2015
- 6) 内海秀幸,多田眞作:水蒸気吸着と水銀圧入データの統一理論による硬化セメントペーストの吸着等温線、コンクリート工学年次論文集,No. 25, No. 1, pp. 521-526, 2003.7
- 7) 内海秀幸,多田眞作:セメント硬化体の含水率と自 由エネルギーの関係、コンクリート工学年次論文集, No. 26, No. 1, pp. 651-656, 2004.7
- 内海秀幸:水銀圧入試験に基づく粘性土の水分特 性曲線推定モデル,土木学会論文集 C, Vol. 66, No. 1, pp. 226-235, 2010.3
- Mualem, Y. : A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. Water Resources Res., Vol.12, pp. 513-522, Jun. 1976
- 10) 柳 博文,福原 輝幸,松岡 茂:不飽和コンクリートの吸水過程に及ぼす水セメント比の影響,土木学会論文集, No.683/V-52, pp. 65-73, 2001.8
- Sébastien Schneider et al. : Determining hydraulic properties of concrete and mortar by inverse modelling, Mater. Res. Soc. Symp. Proc., Vol. 1475, pp. 367-372, 2012
- Stéphane Poyet : Determination of the intrinsic permeability to water of cementitious materials : Influence of the water retention curve, Cement & Concrete Composites, Vol. 35, pp. 127-135, Jan. 2013
- 13) Chunsheng Zhou : Predicting water permeability and relative gas permeability of unsaturated cement-based material from hydraulic diffusivity, Cement and Concrete Research, Vol. 58, pp. 143-151, Jan. 2014